UAb

INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL | 21076

EXAME ÉPOCA NORMAL (15/06/2018)

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO (ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA)

Grupo 1

Variáveis:

X_1 número de smartphones do tipo S_1 vendidos no último mês

X_2 número de smartphones do tipo S_2 vendidos no último mês

X_3 número de smartphones do tipo S_3 vendidos no último mês

X_4 número de smartphones do tipo S_4 vendidos no último mês

Função objetivo:

Por forma maximizar o lucro, devemos com base nos valores do lucro de cada modelo, formar a função F que se pretende maximizar:

$$Max\ F = 150X_1 + 150X_2 + 100X_3 + 200X_4$$

Restrições:

$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 + 5X_4 \leq 30000$ [1]

$2X_1 + X_2 + 5X_3 + 3X_4 \leq 20000$ [2]

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq \mathbf{0}$ [3]

Onde a restrição [1] corresponde à limitação do número de horas disponíveis para montagem, a restrição [2] corresponde à limitação do número de horas disponíveis para acabamentos e testes de qualidade e [3] são as restrições de não negatividade.

Grupo 2

a) Através da análise do quadro ótimo conclui-se que a solução ótima é:

$$X_1 = 4 \quad , \quad X_2 = 3 \quad , \quad X_3 = 0 \quad , \quad X_4 = 0 \; , \quad X_5 = 1$$

sendo $F^* = 2 \times 4 + 3 \times 3 = 17$.

correspondendo X_3 , X_4 e X_5 às variáveis de folga.

O problema na forma standard é

$$Max\ F = 2X_1 + 3X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5$$

sujeito a

$$X_1 + 2X_2 + X_3 = b_1$$

$$3X_1 + X_2 + X_4 = b_2$$

$$X_2 + X_5 = b_3$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$$

Através da substituição dos valores conhecidos nas equações anteriores obtém-se

$$4 + 2 \times 3 + 0 = b_1 \Leftrightarrow b_1 = 10$$

$$3 \times 4 + 3 + 0 = b_2 \Leftrightarrow b_2 = 15$$

$$3 + 1 = b_3 \Leftrightarrow b_3 = 4$$

b) Para a determinação dos valores de a, b e c, vamos resolver o problema pelo método simplex:

V.B.	x_1	**x_2**	x_3	x_4	x_5	T.I.	
x_3	1	**2**	1	0	0	10	10/2
x_4	3	**1**	0	1	0	15	15/1
x_5	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**4**	**4/1**
F	-2	**-3**	0	0	0	0	

V.B.	**x_1**	x_2	x_3	x_4	x_5	T.I.	
x_3	**1**	**0**	**1**	**0**	**-2**	**2**	**2/1**
x_4	**3**	0	0	1	-1	11	11/3
x_2	**0**	1	0	0	1	4	--
F	**-2**	0	0	0	3	12	

V.B.	x_1	x_2	x_3	x_4	**x_5**	T.I.	
x_1	1	0	1	0	**-2**	2	--
x_4	**0**	**0**	**-3**	**1**	**5**	**5**	**5/5**
x_2	0	1	0	0	**1**	4	4/1
F	0	0	2	0	**-1**	16	

V.B.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	T.I.	
x_1	1	0	-1/5	-2/5	0	4	
x_5	0	0	-3/5	1/5	1	1	
x_2	0	1	3/5	-1/5	0	3	
F	0	0	7/5	1/5	0	17	

Logo, conclui-se que a=7/5 ; b=1/5 e c=0.

Grupo 3

Do enunciado retiramos que $\lambda = \frac{6}{60} min^{-1} = \frac{1}{10} min^{-1}$ e $\mu = \frac{1}{6} min^{-1}$.

Assim, poderemos calcular a taxa de pressão $\rho = \lambda / \mu = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{5} < 1$

pelo que o sistema está em equilíbrio.

a) A probabilidade do empregado estar desocupado é

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \ (40\%)$$

b) Pretende-se o número médio de clientes à espera de ser atendidos, ou seja, o comprimento médio da fila de espera que é dado por

$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(\frac{3}{5})^2}{1-\frac{3}{5}} = \frac{9}{25} \times \frac{5}{2} = \frac{9}{10} = 0{,}9$ clientes

c) Se o servidor estivesse permanentemente ocupado, em média seriam atendidos 10 clientes por hora.

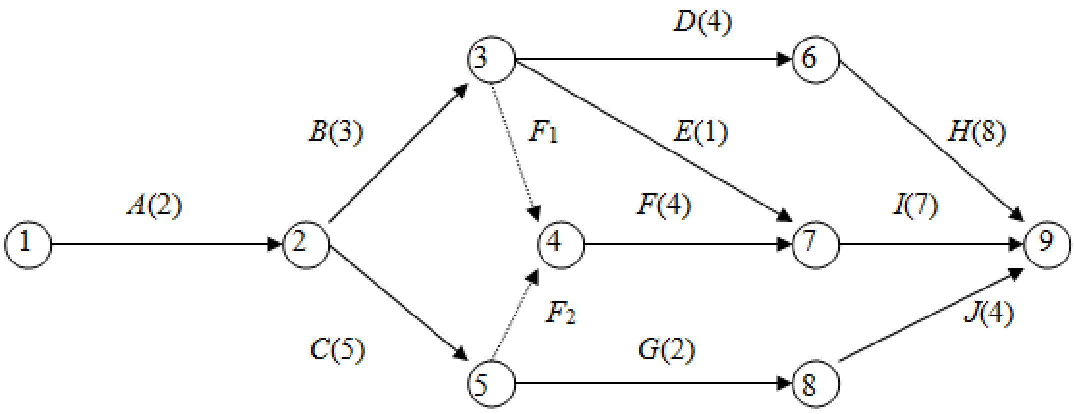
Da alínea a) sabe-se que o servidor está ocupado apenas 60% do tempo. Assim, em 30 minutos ter-se-á

$0{,}6 \times 10 \times \frac{1}{2} = 3$ clientes.

Este é um resultado lógico e esperado tendo em atenção de que quando o sistema está em equilíbrio o número de clientes que entram no sistema é em média 6, sendo em 1/2 hora, 3.

Grupo 4

a)



b1) O tempo mais cedo para a ocorrência do nó i é obtido em função do tempo mais cedo dos nós imediatamente predecessores e da duração da actividade que liga os dois nós entre si. Suponha-se que os nós g e h são imediatamente predecessores do nó i, ligados por duas actividades cuja duração é d(g, i) e d(h, i), respetivamente, o TMC a atribuir a i é dado por

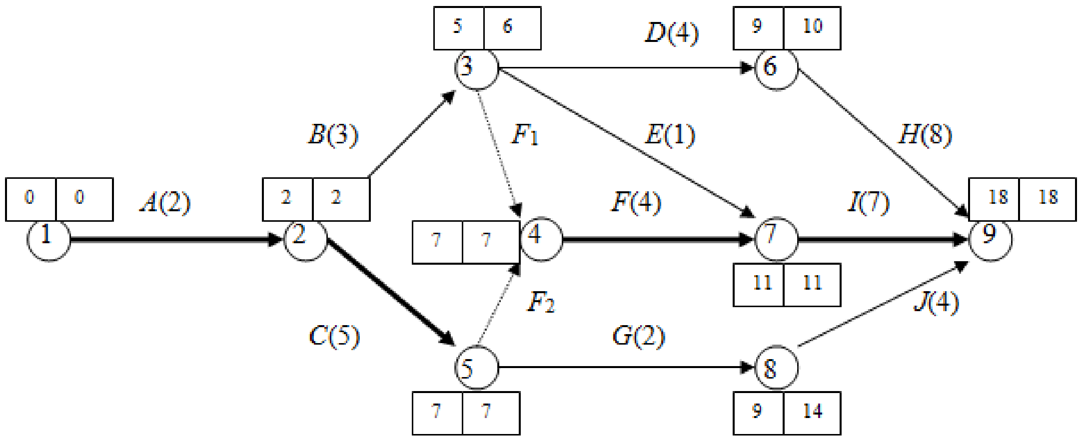
TMC (i) = max {TMC (g) + d(g, i), TMC (h) + d(h, i)}

Tem-se que TMC(nó inicio do projecto) = 0.

O tempo mais tarde para a ocorrência do nó i é obtido em função do tempo mais tarde dos nós imediatamente sucessores e da duração da actividade que liga os dois nós entre si. Suponha-se que os nós j e k forem imediatamente sucessores do nó i, ligados por duas actividades cuja duração é d(i, j) e d(i, k), respectivamente, o TMT a atribuir a i é dado por

TMT (i) = min {TMT (j) – d(i, j), TMT (k) – d(i, k)}

As regras enunciadas conduzem-nos à seguinte solução:



b2)

As folgas totais são um precioso auxilio na determinação do caminho crítico. Neste caso as folgas para todas as atividades estão resumidas no quadro seguinte:

FT(i,j) = TMT (j) – TMC (i) – d(i, j).

Actividade	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	F1	F2
Folga Total	0	1	0	1	5	0	5	1	0	5	2	0

Quando se admite que a duração das atividades tem valor igual ao respetivo valor médio, o caminho crítico é constituído pelas atividades:

A → C → F2 → F → I

Grupo 5

a) N ~ Bin (n = 5 ; p = 0,8)

Se X ~ Bin(n;p), então P(X = k) = C_k^n . pk . (1-p)n-k , k=0,1,2,…,n.

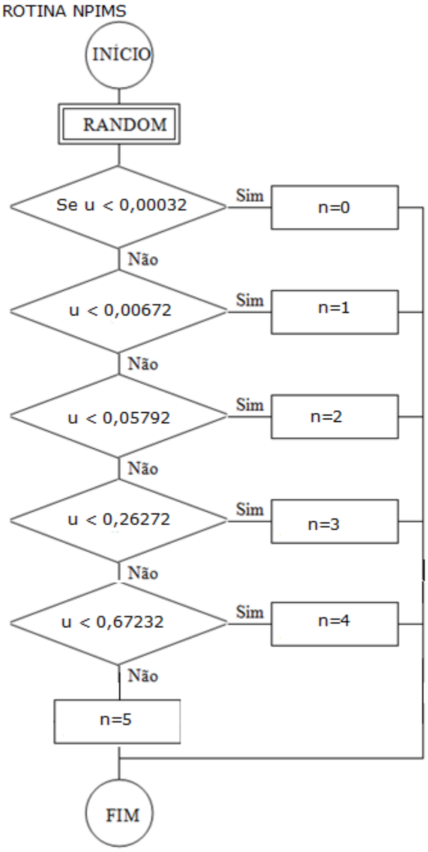
C_k^n = n! / [k! . (n-k)!]

k	0	1	2	3	4	5
P (X = k)	0,00032	0,0064	0,0512	0,2048	0,4096	0.32068
P (X ≤ k)	0,00032	0,00672	0,05792	0,26272	0,67232	1

De seguida geramos um NPA U[0;1] → u. Se u < 0,00032, então n = 0; caso contrário, se u < 0,00672, n = 1; caso contrário, se u < 0,05792, n = 2; caso contrário, se u< 0,26272, n =3; caso contrário, se u<0,67232, n = 4, caso contrário n=5.

De seguida esboça-se o fluxograma desta rotina.

ROTINA NPIMS



b) Comecemos por determinar a função de densidade de probabilidade (nula fora do intervalo [0; 400]):

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{16000} & ; \quad x \in [0{,}80] \\ -\dfrac{x}{64000} + \dfrac{1}{160} & ; \quad x \in [80{,}400] \end{cases}$$

Em seguida, determinamos, por integração, a função de distribuição acumulada:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < 0 \\ \dfrac{x^2}{32000} & ; \quad x \in [0{,}80] \\ -\dfrac{x^2}{128000} + \dfrac{x}{160} - \dfrac{1}{4} & ; \quad x \in [80{,}400] \\ 1 & ; \quad x > 400 \end{cases}$$

Verifiquemos que $F_X(0) = 0$; $F_X(80) = \frac{1}{5}$ (em ambas as expressões) e que $F_X(400) = 1$.

Assim, começamos por gerar um NPA U[0;1] → u.

Caso u < 0,2 então $u = \frac{x^2}{32000}$, ou seja, $x = \sqrt{32000u}$; caso contrário, então $u = \frac{x^2}{32000}$, ou seja, $x = 400 + \sqrt{192000 + 32000(1-u)}$

ROTINA PREC