

Nome:

CC/BI: N° de Estudante:

Curso: Turma:

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: Ano Lectivo: 2015/16

Docente: Maria João Oliveira Classificação:

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio A, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 7 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “e-Fólio A” até ao dia 18 de Abril.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.	7.
0.4 val.	0.8 val.	1.4 val.	0.5 val.

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Sabendo que se podem formar 10 listas ordenadas (x_1, x_2, x_3) , $x_1 < x_2 < x_3$, formadas por três números naturais x_1, x_2, x_3 entre 2 e k , conclui-se que

a) $k = 4$

c) $k = 6$

b) $k = 5$

d) $k = 7$

2. Relativamente à igualdade

$$b^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k$$

ela **não** é equivalente a:

a) $a^n = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-3k} \binom{n}{k} b^k$

c) $a^n = \sum_{k=0}^n (-1)^{2n-3k} \binom{n}{k} b^{n-k}$

b) $a^n = \sum_{k=0}^n (-1)^{n+3k} \binom{n}{k} b^k$

d) $a^n = \sum_{k=0}^n (-1)^{n-3k} \binom{n}{k} b^{n-k}$

3. Dados X e Y dois conjuntos finitos e não vazios tais que $\#X \leq \#Y$ e uma aplicação $f : X \rightarrow Y$, quatro indivíduos, A, B, C e D , afirmaram de imediato:

A) “ f é bijectiva”

B) “ f é injectiva, mas não é necessariamente sobrejectiva”

C) “ f é sobrejectiva, mas não é necessariamente injectiva”

D) “Os dados do problema não são conclusivos”

Qual destas pessoas tem razão?

a) A

c) C

b) B

d) D

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Dadas duas aplicações f e g tais que a aplicação composta $g \circ f$ é injectiva, mostre que f é injectiva.

5. Considere todos os números com 4 algarismos, todos eles pertencentes ao conjunto

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$$

Determine, justificando:

5.1. Quantos destes números não têm dígitos repetidos, mas contêm o algarismo 5?

5.2. Quantos destes números contêm o algarismo 5?

6.

6.1. Por recurso ao método de indução matemática prove que para quaisquer números reais (ou complexos) x e y ,

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}.$$

Sugestão: Utilize a lei de Pascal.

6.2 Determine o valor da soma

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{2k}.$$

7. Sem utilizar o método de indução matemática, mostre que

$$\sum_{k=0}^n \binom{2n}{k}^2 = \frac{1}{2} \left(\binom{4n}{2n} + \binom{2n}{n}^2 \right).$$

FIM