E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: Linguagens de Programação

CÓDIGO: 21078

DOCENTE: Jorge Morais

A preencher pelo estudante

NOME: Ricardo Jorge Fernandes Mestre

N.º DE ESTUDANTE: 1700499

CURSO: Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 03/01/2022

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Considere o alfabeto ∑ = {a,b}.

1. Escreva uma gramática independente de contexto que reconheça todas as sequências da forma $a^{2n-1}b^{2k}a^{n}$, onde n e k são números inteiros positivos. Cotação: 1,5 valores.

R – Em virtude da condição de n e k serem inteiros positivos, estes têm como menor valor possível o número 1 e, como tal, a menor palavra possível de reconhecer pela gramática é dada pela sequência $a^{2x1-1}b^{2x1}a^{1}$, que corresponde à palavra 'abba'. De igual modo, a gramática, e simultaneamente, a variável inicial 'S', não aceita a palavra vazia 'λ'.

A seguinte tabela mostra algumas das palavras aceites pela gramática:

n	k	Expressão $a^{2n-1}b^{2k}a^{n}$	Sequência
1	1	$a^{2x1-1}b^{2x1}a^{1} = a^{1}b^{2}a^{1}$	abba
2	1	$a^{2x2-1}b^{2x1}a^{2} = a^{3}b^{2}a^{2}$	aaabbaa
1	2	$a^{2x1-1}b^{2x2}a^{1} = a^{1}b^{4}a^{1}$	abbbba
2	2	$a^{2x2-1}b^{2x2}a^{2} = a^{3}b^{4}a^{2}$	aaabbbbaa
1	3	$a^{2x1-1}b^{2x3}a^{1} = a^{1}b^{6}a^{1}$	abbbbbba
3	1	$a^{2x3-1}b^{2x1}a^{3} = a^{5}b^{2}a^{3}$	aaaaabbaaa
3	3	$a^{2x3-1}b^{2x3}a^{3} = a^{5}b^{6}a^{3}$	aaaaabbbbbbaaa

A seguinte proposta de gramática livre de contexto visa reconhecer todas sequências da forma $a^{2n-1}b^{2k}a^{n}$:

G = (V,T,P,S) :

V = {S,A}

T = {a,b}

P = {S→aaSa | aAa , A→bb | bbB }

As regras da produção A garantem que o terminal 'b' é sempre reconhecido em número par, em virtude da exigência de b^{2k}, enquanto que a regra S→aAa garante que este mesmo terminal se encontra sempre entre os terminais extremos 'a'.

Quanto à necessidade de garantir que o número de ‘a’ é ímpar na forma a^{2n-1}, utilizamos a regra $S \rightarrow aaSa$ pois mantém a relação 2n de cada vez que se assumir que a variável S em ‘aaSa’ é substituída por si mesma e também a relação n-1 ao substituir por ‘aAa’.

2. Construa um autómato de pilha que reconheça a mesma linguagem (sem recorrer à gramática da questão anterior). Cotação: 1,5 valores.

O autómato de pilha com a seguinte definição, permite reconhecer a mesma linguagem:

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q0, Z0, F)$, onde:

$Q = \{q0, q1, q2, q3, q4\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{Z, a, b\}$, $q0 = q0$, $Z0 = Z$, $F = \{q4\}$

$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma^*$

Em que o conjunto finito de transições são as seguintes:

$\delta (q0, a, Z) = \{(q1, aZ)\}$

$\delta (q0, a, a) = \{(q1, aa)\}$

$\delta (q1, a, a) = \{(q0, a)\}$

$\delta (q1, b, a) = \{(q2, ba)\}$

$\delta (q2, b, a) = \{(q2, ba)\}$

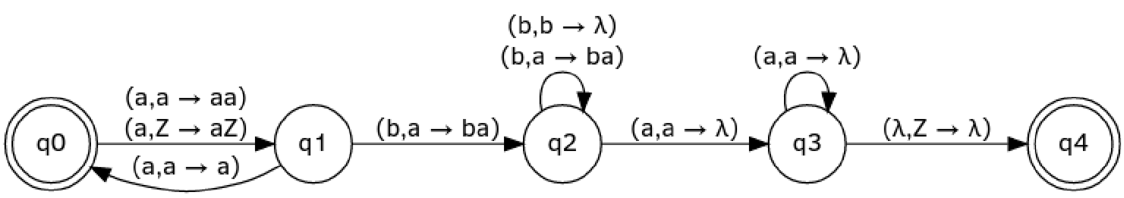
$\delta (q2, b, b) = \{(q2, \lambda)\}$

$\delta (q2, a, a) = \{(q3, \lambda)\}$

$\delta (q3, a, a) = \{(q3, \lambda)\}$

$\delta (q3, \lambda, Z) = \{(q4, \lambda)\}$

O diagrama resultante é o seguinte:



3. Usando as duas respostas anteriores, uma diferente para cada sequência, mostre que abba e aaaaabbbbaaa pertence à respetiva linguagem. Cotação: 1 valor.

R – Uma vez que o enunciado não especifica qual das respostas a usar em qual das sequências, assumi que ‘aaaaabbbbaaa’ seria validada pela gramática criada na resposta 1, e como tal, apresenta-se a tabela seguinte com os passos dados e a regras usadas para validação da mesma.

Regra	Aplicação	Resultado
Início→S	Início	S
S→aa**S**a	**S**	aa**S**a
S→aa**S**a	aa**S**a	aaaa**S**aa
S→a**A**a	aaaa**S**aa	aaaaa**A**aaa
A→bb**A**	aaaaa**A**aaa	aaaaabb**A**aaa
A→bb	aaaaabb**A**aaa	aaaaabbbbaaa

Para a sequência ‘abba’ utiliza-se então o autómato de pilha da questão 2 para avaliar a sua adequação à linguagem, sendo que a tabela seguinte apresenta os passos e estados durante a execução:

Passo	Pilha antes	Estado antes	Input	Transição	Estado depois	Pilha depois
1	Z	q0	a	(a,Z→aZ)	q1	aZ
2	aZ	q1	b	(b,a→ba)	q2	baZ
3	baZ	q2	b	(b,b→λ)	q2	aZ
4	aZ	q2	a	(a,a→λ)	q3	Z
5	Z	q3	λ	(λ,Z→λ)	q4	

Tendo terminado a leitura dos símbolos da sequência e tendo concluído no estado final (de aceitação) e com a pilha vazia pode-se concluir que a mesma é válida, ou, de outra perspetiva, que o PDA gerado reconhece palavras da linguagem indicada.

Na realização desta prova foram usados os seguintes recursos:

- Bibliografia recomendada da UC: Hopcroft, Motwani & Ullman. Introduction to Automata Theory, Languages and Computation, 3rd edition. Addison-Wesley.
- Lista de vídeos sobre Teoria da Computação, do professor Adriano Santos: https://www.youtube.com/watch?v=H_d9uGc_K2c&list=PL0Z-gyL9saMfoCGiX28ZTKSHsYU1Vm-Jj
- https://ghabriel.github.io/AutomatonSimulator/
- http://magjac.com/graphviz-visual-editor/