Comentários sobre a resolução do e-fólio B

1)

- Nesta questão, os problemas que os estudantes (que não conseguiram resolver completamente esta questão) encontraram deveram-se essencialmente a erros de cálculo.

2a)

- Alguns estudantes tentaram provar que a sucessão é crescente sem usar indução. No entanto, tal não possível, já que se x_0 fosse 2, por exemplo, a sucessão seria decrescente.
- Nas demonstrações por indução, deve-se ter o cuidado de explicar a lógica da demonstração: provar o caso base ($x_0 \leq x_1$), anunciar a hipótese assumida ($x_{n-1} \leq x_n$), e a tese que se pretende provar ($x_n \leq x_{n+1}$). Após provar que a hipótese implica a tese, deve-se concluir o resultado que se pretendia provar (a sucessão x_n é crescente). Não é suficiente escrever uma sucessão de cálculos sem quaisquer comentários.

2c)

- Alguns estudantes julgaram que o cálculo do limite prova a sua existência, quando na realidade este cálculo pressupõe a existência do limite. A prova da existência do limite é realizada com recurso ao teorema da sucessão monótona, sendo necessário provar que a sucessão é limitada e monótona. Sabe-se da alínea a) que a sucessão é monótona e da b) que a sucessão é limitada superiormente por 3, mas alguns estudantes esquecerem de provar que a sucessão é limitada inferiormente. De facto temos que $1 = x_0 \leq x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_n$ pelo que a sucessão é limitada inferiormente por 1.
- No cálculo do limite, ao resolver a equação quadrática, alguns estudantes ou não consideraram a segunda raiz $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$, ou não justificaram descartá-la. De facto, como a sucessão é limitada inferiormente por 1, a sua limite também é maior ou igual a 1, não podendo ser $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ pois este valor é negativo.

3a)

Alguns estudantes esquecerem-se de determinar o domínio do numerador (g) e/ou o domínio do denominador (h). É preciso ter em conta que o domínio de f consiste nos pontos que pertencem simultaneamente aos domínios de g e h e onde h não se anula.

3b)

- A pergunta pede para provar que f é diferenciável em $x = 1$ pela **definição** de diferenciabilidade, ou seja, provando a existência do limite $\lim_{x \to 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$, no entanto alguns estudantes fizeram-no através das regras de cálculo, o que não é que se pretendia.
- Ao provar que f é diferenciável da forma pretendida, o limite obtido é o valor de $f'(1)$, não sendo necessário proceder a mais cálculos. No entanto, alguns estudantes calcularam o valor de $f'(1)$ de novo usando as regras de cálculo.

4)

- Uma possível resolução para esta questão seria usar a regra de Cauchy. No entanto antes de passar ao cálculo do limite dado pela regra de Cauchy ($\lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$), deveremos verificar que temos uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$, porque a regra de Cauchy só se aplica nestes casos. Além disso, não é correcto escrever logo que, pela regra de Cauchy temos $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. A regra de Cauchy apenas garante que, se o segundo limite existir, então o primeiro limite também existe e os dois limites são iguais. Assim, deveremos começar por verificar que o segundo limite existe, para depois então concluir que o primeiro limite também existe e ambos são iguais.

5)

- Nesta questão não bastava provar que num dado intervalo limitado existia uma e uma só raíz. Era pedido para provar que existia uma e uma só raíz em $\mathbb{R}$, pelo que para além de provar que num dado intervalo intervalo limitado I existia uma e uma só raíz, deveriam também provar que não existiam outras raízes no conjunto $\mathbb{R}\backslash I$.