



# Análise Infinitesimal | 21175

## Período de Realização

Decorre dia 30 de Janeiro de 2025

## Tema

Funções e limites; cálculo diferencial e integral.

## Competências

Deve demonstrar ter capacidade para aplicar na resolução de problemas os vários métodos estudados nos temas acima.

## Recursos

Folhas de rascunho, manual da UC e calculadora.

## Critérios de avaliação e cotação

Deve resolver os exercícios propostos no enunciado, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total do e-Fólio Global é de 12 valores distribuídos de acordo com a tabela seguinte.

questão	1	2	3	4	5	6
cotação	1	1	1	1.5	1.5	6

2. Nas perguntas de escolha múltipla apenas indicar a opção escolhida. Não apresentar cálculos ou justificações.
3. Para a correção das questões de desenvolvimento constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas:
  - justificações de todos os passos da resolução;
  - capacidade de escrever clara, objectiva e corretamente;
  - capacidade de estruturar logicamente as respostas;
  - capacidade de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
4. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

Todas as justificações terão de ser escritas por palavras do próprio.

**Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.**

5. **Não serão aceites respostas obtidas por meio de software, de qualquer tipo.**

### **Normas a respeitar**

Sendo a identificação automática, não deve colocar uma folha de rosto na resposta à prova, pois esta será gerada automaticamente na WISEflow.

Escreva sempre com letra legível.

As suas respostas às questões deste E-fólio Global não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Depois de ter realizado o E-fólio Global produza um documento em **formato PDF (tamanho máximo 20MB)**.

Para submeter a prova deve seleccionar a opção 1. Trabalho - submeter o documento; 2. Preencher a folha de rosto; 3. Clicar para entregar.

Pode solicitar a entrega de recibo que será enviado por e-mail.

Votos de bom trabalho!

Clarence Protin, Pamela Pacciani e Inês Legatheaux Martins.

## Perguntas de Escolha Múltipla

1. Considere a função  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 1 - |x|$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira ?

- a) A função é diferenciável em  $] - 1, 1[$
- b) O teorema de Rolle permite concluir que existe um  $a \in ] - 1, 1[$  tal que  $f'(a) = 0$
- c) Não existe uma função  $g : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $g'(x) = f(x)$
- d) A função  $h : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $h(x) = f(x)^2$  não é diferenciável no ponto 0.

2. Considere o limite

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sen x - \cos x)^{tg x}$$

Então:

- a) O limite é  $-1$
- b) O limite é  $\frac{1}{e}$
- c) O limite não está definido
- d) O limite é  $\frac{e}{\pi}$

3. Seja  $h : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por  $h(x) = x^2 - 4x$ . Seja  $d = \frac{h(3) - h(0)}{3}$ . Então

- a) Não existe um valor  $c \in ]0, 3[$  tal que a recta tangente ao gráfico de  $h$  no ponto  $(c, h(c))$  tenha declive  $d$ .
- b) A equação  $y + \frac{15}{4} = x + \frac{2}{3}$  define uma tangente ao gráfico de  $h$  com declive  $d$ .
- c) A equação  $y - \frac{15}{4} = x + \frac{3}{2}$  define uma tangente ao gráfico de  $h$  com declive  $d$ .
- d) A equação  $y + \frac{15}{4} = -x + \frac{3}{2}$  define uma tangente ao gráfico de  $h$  com declive  $d$ .

4. Para um certo valor de  $k \in \mathbb{R}$  a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} k + \operatorname{sen} x, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{3x + \ln(1+x)}{x}, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

é contínua. Qual é o valor de  $k$  ?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

5. Seja  $n \in \mathbb{N}$  com  $n > 1$ . Considere o conjunto

$$A_n = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1 \wedge (n+1)x \leq y \leq (n+1)x^{\frac{1}{n}}\}$$

Então a sua área, em função de  $n$ , é dada por:

- a)  $\frac{n+1}{3}$
- b)  $\frac{n-1}{3}$
- c)  $\frac{2n-1}{3}$
- d)  $\frac{n-1}{2}$

### Perguntas de Desenvolvimento

6. Considere a função real de variável real dada por  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$ .

- (a) (0.5) Determine o domínio de  $f$ .
- (b) (1) Calcule a derivada da  $f$  e os pontos do domínio de  $f$  em que a derivada se anula.
- (c) (1.5) Estude a monotonia da função e determine os extremos relativos.
- (d) (2) Calcule a segunda derivada de  $f$  e estude a concavidade de  $f$  e determine (caso existam) os pontos de inflexão.
- (e) (1) Calcule a família de primitivas de  $f(x)$ .

**FIM**