UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

19 de fevereiro de 2014 – RESOLUÇÃO

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 5 páginas, numeradas de 2 a 6 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado, pelo que poderá ficar na posse do mesmo finda a prova.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **6 questões de escolha múltipla** (em que apenas uma das respostas é correcta). **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova**. Indique nela, de uma forma clara, a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Os valores numéricos das várias alternativas são apresentados com 2 algarismos significativos.
2) A segunda é composta por **4 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:
   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efectuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Revejaas resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$\Delta G = G_{final} - G_{inicial}$; $\vec{A} = A_x \hat{\mathbf{I}} + A_y \mathbf{J} + A_z \mathbf{K}$; $|\vec{A}| \equiv A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$; $\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta \hat{\mathbf{n}}$

Círculo: $A = \pi R^2$; $P = 2\pi R$ | Esfera: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; $A = 4\pi R^2$ | Cilindro: $V = \pi R^2 h$; $A = 2\pi R^2 + 2\pi R h$

$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$; $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$; $s_{med} = \frac{distância}{\Delta t}$; $s = |\vec{v}| = v$; $\vec{a}_{med} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$; $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases}$ 1D: $\begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases}$; $\begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases}$ 1D: $\begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \theta = \frac{d}{R} \text{ ; } 1\,\text{rot} = 2\pi \text{ rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ ; } \omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} \text{ ; } \alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{cases}$; $\begin{cases} d = \Delta\theta R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \text{ ; } a_r = \frac{v^2}{R} \end{cases}$; $\begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases}$; $\begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma \vec{\tau}|}{I} \end{cases}$; $\begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$

$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$; $F_g = mg$; $g = 9{,}8$ m/s^2 ; $f_s \le \mu_e F_N$; $f_k = \mu_c F_N$; $F_{centrip} = m\frac{v^2}{R}$

$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$; $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; $E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)dx$; $F_C = -\frac{dE_p}{dx}$; $E_{pg} = mgh$; $F_{elast,x} = -kx$; $E_{p,elast} = \frac{1}{2}kx^2$

$E_m = E_c + E_p$; $W_{tot} = \Delta E_c$; $W_C = -\Delta E_p$; $W_{NC} = \Delta E_m$; $\mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$; $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$\vec{p} = m\vec{v}$; $\vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t$; $\vec{I} = \Delta\vec{p}$

$F_G = G\frac{Mm}{r^2}$; $V_G = -G\frac{M}{r}$; $E_{pG} = mV_G$; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ; $a_g \equiv g = G\frac{M}{r^2}$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ C^2.N^{-1}.m^{-2} ; $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}0 \times 10^9$ N.m^2.C^{-2}

$\vec{F}_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$; $\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$; $\vec{F}_e = q\vec{E}$; $V_e = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$; $E_{pe} = qV_e$; $E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$

$q = CV$; $C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$; $E_{pe.cond} = \frac{1}{2}CV^2$; $\frac{1}{C_{eq.serie}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$; $C_{eq.par} = C_1 + C_2 + \cdots$

$V = RI$; $R = \rho\frac{L}{A}$; $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$; $\mathcal{P} = IV$; $\mathcal{P}_{Joule} = RI^2$; $R_{eq.s} = R_1 + R_2 + \cdots$; $\frac{1}{R_{eq.p}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$

$\Sigma I_{entrada} = \Sigma I_{saida}$; $\sum_{malha} V = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{resistência}: V = \pm IR \text{ se corrente e circulação resp. } \rightleftarrows / \Rightarrow \\ \text{f.e.m.}: V = \pm\varepsilon \text{ se circulação resp. do pólo } (- \rightarrow +)/(+ \rightarrow -) \end{cases}$

$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$; $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$; $R = \frac{mv}{|q|B}$; $\vec{\tau} = NI\vec{A} \times \vec{B}$; $\vec{A} = A\hat{\mathbf{n}}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N.A^{-2} ; $B_{fio} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$; $B_{circ} = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}$; $B_{solen} = \mu_0 nI$; $F = L\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}$

$\varepsilon_{med} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$; $\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$; $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$; $\Phi_B = BA\cos\theta$

$X_L = \omega L$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$; $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$; $\text{tg}\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$; $\cos\phi = \frac{R}{Z}$

$I_e = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$; $V_e = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$; $V_e = ZI_e$; $\mathcal{P}_{med} = I_e V_e \frac{R}{Z}$

PARTE I

1. (1,5 val) Uma pedra de 1,2 kg é deixada cair verticalmente de uma altura de 24 m. Atinge o solo com rapidez de 10 m/s. Qual o trabalho das forças de arrasto do ar na queda?

A. 280 J **B.** 220 J **C.** 140 J **D.** –140 J **E.** –220 J **F.** –280 J

Para resolver este problema, basta recordar o 3º teorema de trabalho-energia: $W_{NC} = \Delta E_m$. Marcando a origem do potencial gravítico no solo temos, a dois AS,

$$W_{NC} = \Delta E_m \rightarrow W_{arrasto} = E_{mf} - E_{mi} = \left(E_c^{solo} + E_{pg}^{solo}\right) - \left(E_c^{topo} + E_{pg}^{topo}\right) \Leftrightarrow W_{arrasto} = \left(\frac{1}{2}mv_{solo}^2 + 0\right) - (0 + mgh) \Leftrightarrow W_{arrasto} = \frac{1}{2}(1{,}2\ \mathrm{kg})\left(10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - (1{,}2\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)(24\ \mathrm{m}) \Leftrightarrow W_{arrasto} = -222\ \mathrm{J}\ \ (-220\ \mathrm{J})$$

O sinal menos significa que o arrasto provocou *perda* de energia mecânica. Essa energia não desapareceu: apenas foi transformada em aquecimento da pedra e movimento do ar deslocado pela passagem desta.

2. (1,5 val) Três cargas, A, B e C, estão fixas no eixo dos *xx* da seguinte forma: B está 50 cm à direita de A e C está 70 cm à direita de B. Seja $Q_A = Q_C = 2{,}0$ mC e $Q_B = -1{,}5$ mC. Quanto vale a energia eletrostática encerrada nesta configuração de cargas?

A. 140 kJ **B.** 63 kJ **C.** 27 kJ **D.** –27 kJ **E.** –63 kJ **F.** –140 J

A energia eletrostática encerrada numa configuração de cargas pontuais é, por definição, o trabalho exterior necessário para desfazer essa configuração, i.e. afastar as cargas umas das outras. Este trabalho é o *simétrico* do trabalho exercido pelas forças elétricas na construção da mesma configuração, o qual pode ser calculado passo-a-passo, trazendo as cargas uma a uma do infinito até ao seu local na configuração. Comecemos pela carga A, que definimos como estando em $x = 0$. Trazê-la para este ponto não requer trabalho. Estando Q_A em posição, esta cria um pontencial elétrico em $x = 0{,}50$ m. Ao trazer Q_B para este local as forças elétricas realizam, do 2º teorema de trabalho-energia, $W_C = -\Delta E_p$, de $E_{pe} = qV_e$ e de $V_e(P) = \sum_i k_e \frac{q_i}{r_{iP}}$, um trabalho

$$W_e^{\infty \to B} = -\Delta E_{pe} = -Q_B\left[V_{pe}(B) - V_{pe}(\infty)\right] \Leftrightarrow W_e^{\infty \to B} = -(-1{,}5 \times 10^{-3}\ \mathrm{C})\left[k_e \frac{(2{,}0 \times 10^{-3}\ \mathrm{C})}{0{,}50\ \mathrm{m}} - 0\right] = \left(6{,}0 \times 10^{-6}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right) k_e$$

Com A e B em posição, o potencial elétrico no local para onde Q_C será trazida, $x = 1{,}2$ m, é agora de

$$V_{pe}^{C} = k_e \frac{2,0 \times 10^{-3}\ \mathrm{C}}{1,2\ \mathrm{m}} + k_e \frac{-1,5 \times 10^{-3}\ \mathrm{C}}{0,70\ \mathrm{m}} = \left(-0,476 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right) k_e$$

Trazer Q_C para a sua posição custa então

$$W_e^{\infty\to C} = -\Delta E_{pe} = -Q_C\left[V_{pe}(C) - V_{pe}(\infty)\right] \Leftrightarrow W_e^{\infty\to C}$$

$$= -(2,0 \times 10^{-3}\ \mathrm{C})\left[\left(-0,476 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right) k_e - 0\right] = \left(0,952 \times 10^{-6}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right) k_e$$

O trabalho total das forças elétricas na construção da configuração é pois

$$W_e^{tot} = W_e^{\infty\to B} + W_e^{\infty\to C} \Leftrightarrow W_e^{tot} = \left(6,0 \times 10^{-6}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}} + 0,952 \times 10^{-6}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}\right) k_e = 62500\ \mathrm{J}\quad (63\ \mathrm{kJ})$$

A energia total encerrada é o simétrico disto, i.e. –63 kJ.

O mesmo resultado poderia ter sido obtido aplicando a fórmula abaixo, que nos dá diretamente a energia eletrostática encerrada numa configuração genérica de n cargas pontuais:

$$E_{pe}(q_1, \dots, q_n) = \sum_{i\neq j} k_e \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

(Esta fórmula demonstra-se p.ex. com a técnica acima referida de trazer as cargas uma a uma.) Deixa-se ao estudante verificar o resultado –63 kJ com esta fórmula.

3. **(1,5 val)** Um circuito RLC série está ligado a um gerador de corrente alternada com f = 25 Hz.O indutor é de 1,3 H e a capacidade do condensador varia entre 15 e 40 μF. Para que valor devemos regular o condensador variável de modo a maximizar a corrente efetiva a percorrer o circuito?

A. 15 μF **B.** 22 μF **C.** 27 μF **D.** 31 μF **E.** 35 μF **F.** 40 μF

A corrente efetiva é dada por $I_e = \frac{V_e}{Z}$. Para maximizar a corrente há pois que minimizar a impedância, $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$, o que acontece quando $(X_L - X_C)^2$ é mínimo. Tentemos primeiro verificar se é possível que $X_L = X_C$ para capacidade entre 15 e 40 μF:

$$X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(2\pi f)^2 L} \Leftrightarrow C = \frac{1}{[2\pi(25\ \mathrm{Hz})]^2(1,3\ \mathrm{H})}$$

$$= 31,2 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}\quad (31\ \mu\mathrm{F})$$

Para 31 μF as reatâncias cancelam e a impedância atinge o mínimo. Se porventura o valor obtido saísse fora do intervalo 15 e 40 μF, o minizante seria um desses limites.

4. **(1,0 val)** Uma mola de constante elástica 25 N/m está ligada a um bloco de 500 g que repousa numa superfície. Entre a superfície e o bloco há atrito estático de coeficiente μ_s = 1,8. De quanto podemos comprimir ou distender a mola sem com isso tirar o sistema do repouso?

A. 8,7 cm **B.** 16 cm **C.** 35 cm **D.** 67 cm **E.** 88 cm **F.** 280 cm

Estando o bloco na horizontal, a força de atrito estático máxima é

$$f_s^{max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \Leftrightarrow f_s^{max} = (1{,}8)(0{,}500\ \mathrm{kg})\left(9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) = 8{,}82\ \mathrm{N}$$

Esta força é atingida para uma compressão/distensão de

$$F_{elast} = kx \rightarrow 8{,}82\ \mathrm{N} = \left(25\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right)x \Leftrightarrow x = 0{,}353\ \mathrm{m}\quad(35\ \mathrm{cm})$$

Se a mola for comprimida/distendida de mais do que 35 cm, a força elástica será superior à força de atrito estático máxima e o bloco começará a deslizar.

5. (1,0 val) Sobre um corpo de 2,0 kg de massa, com velocidade inicial de 5,0 m/s (direção e sentido +*x*) atua uma força constante, de intensidade 2,4 N e direção e sentido +*y*, durante 1,5 s. Qual a rapidez final do corpo?

A. 3,2 m/s **B.** 4,4 m/s **C.** 5,3 m/s **D.** 6,8 m/s **E.** 7,9 m/s **F.** 10 m/s

Este problema requer atenção: a força é no sentido dos *yy*, ao passo que o corpo se move inicialmente no sentido dos *xx*. Posto isto, se notarmos que temos uma força e um tempo no enunciado, podemos tentar aplicar o teorema de impulso-momento, $\vec{I} = \Delta\vec{p}$. O impulso comunicado ao corpo é de

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t \Leftrightarrow \vec{I} = (2{,}4\ \mathrm{N}\ \hat{\mathbf{j}})(1{,}5\ \mathrm{s}) = (3{,}6\ \mathrm{N.s})\ \hat{\mathbf{j}}$$

De $\vec{p} = m\vec{v}$ e $\vec{I} = \Delta\vec{p}$ temos então

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i \rightarrow \vec{p}_f = \Delta\vec{p} + \vec{p}_i = \vec{I} + (2{,}0\ \mathrm{kg})\left(5{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} \Leftrightarrow \vec{p}_f = (10\ \mathrm{N.s})\hat{\mathbf{i}} + (3{,}6\ \mathrm{N.s})\ \hat{\mathbf{j}}$$

Dividindo o momento linear pela massa obtemos a velocidade final:

$$\vec{v}_f = \frac{\vec{p}_f}{m} \Leftrightarrow \vec{v}_f = \frac{1}{2{,}0\ \mathrm{kg}}[(10\ \mathrm{N.s})\hat{\mathbf{i}} + (3{,}6\ \mathrm{N.s})\ \hat{\mathbf{j}}] = \left(5{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(1{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

A rapidez (módulo da velocidade instantânea) é então

$$v_f = \sqrt{\left(5{,}0\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(1{,}8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 5{,}31\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\quad\left(5{,}3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Note-se a importância da natureza vetorial das grandezas em jogo!

6. (1,5 val) Pretende-se dimensionar um condutor de cobre de 30 m para conduzir uma potência de 2,0 kW sob uma tensão de 220 V, de forma a que as perdas por dissipação resistiva (efeito de Joule) não excedam 1% da potência a transportar. Qual deverá ser a secção mínima do condutor para o efeito?

Dados: $\rho_{\text{cobre}} = 1{,}7 \times 10^{-8}$ Ω.m.

A. 0,75 mm^2 **B.** 1,5 mm^2 **C.** 2,1 mm^2 **D.** 2,5 mm^2 **E.** 3,2 mm^2 **F.** 4,0 mm^2

A potência dissipada não pode exceder 1% de 2,0 kW, i.e. 20 W. Para transmitir 2,0 W a 220 V é necessária uma corrente de

$$P = VI \rightarrow I = \frac{P}{V} \Leftrightarrow I = \frac{2000\ \text{W}}{220\ \text{V}} = 9{,}091\ \text{A}$$

O limte de 20 W de dissipação impõe um máximo à resistência do condutor de

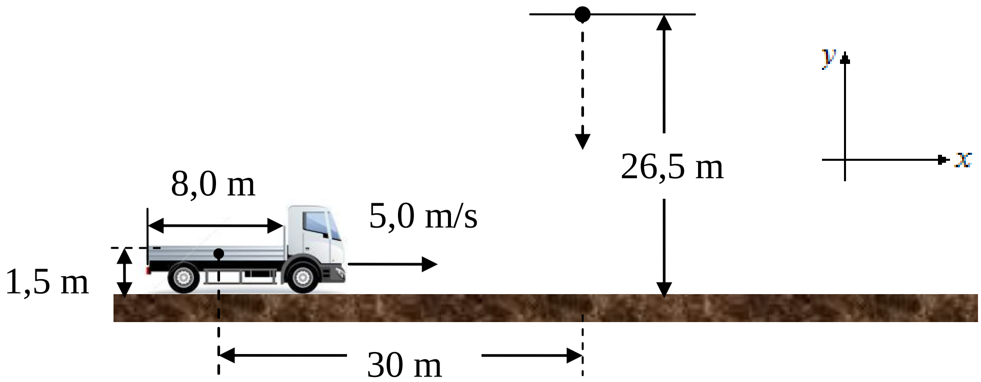
$$P_{Joule} = RI^2 \rightarrow R = \frac{P_{Joule}}{I^2} \Leftrightarrow R = \frac{20\ \text{W}}{(9{,}091\ \text{A})^2} = 0{,}242\ \Omega$$

Finalmente, da fórmula para a resistência de um fio de secção constante, A, temos

$$R = \rho\frac{L}{A} \rightarrow A = \rho\frac{L}{R} \Leftrightarrow A = (1{,}7 \times 10^{-8}\ \Omega.\text{m})\frac{30\ \text{m}}{0{,}242\ \Omega} = 2{,}11 \times 10^{-6}\ \text{m}^2 \quad (2{,}1\ \text{mm}^2)$$

PARTE II

1. Um saco é deixado cair de uma janela a 26,5 m de altura para um camião em movimento, o qual se desloca à rapidez constante de 5,0 m/s^2. A caixa de carga do camião tem 8,0 m de comprimento e está a 1,5 m do solo (c.f. figura). O ponto médio da caixa de carga dista 30 m segundo *x* do local de onde o saco será largado.



a. **(0,5 val)** Escreva as expressões que descrevem a posição do saco segundo *y*, fazendo y_0 = 26,5 m e a posição do ponto médio da caixa de carga do camião segundo *x*, fazendo x_0 = 0,0 m.

b. **(1,5 val)** Seja *t* = 0,0 s o instante em que o camião se encontra a 30 m do ponto de queda do saco. Em que instante, contado a partir de *t* = 0,0 s, deve ser largado o saco para que este caia exatamente em cima do ponto médio da caixa de carga?

c. **(1,0 val)** Se o saco for deixado cair 0,50 s depois do instante acima calculado, atingirá ele ainda a caixa de carga do camião? Justifique com os cálculos que achar necessários.

O camião está em MRU e o saco em MRUV. Seja '*s*' o saco e '*c*' o ponto médio da caixa de carga. De acordo com as indicações do enunciado temos, no SI,

$$\begin{cases} y_s = y_{0s} + v_{0ys} + \frac{1}{2}at^2 \\ x_s = x_{0s} \\ x_c = x_{0c} + v_{xc}t \\ y_c = y_{0c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_s = 26{,}5 - 4{,}9\,t^2 \\ x_s = 30 \\ x_c = 5{,}0\,t \\ y_c = 1{,}5 \end{cases}$$

Estas expressões serão suficientes para resolver o resto do problema.

O saco atingirá a caixa de carga quando $y_s = 1{,}5$ m. Ou seja tem de cair 26,5 m – 1,5 m = 25 m. A queda de 25 m sob ação da gravidade demora

$$y_s = 26{,}5 - 4{,}9\,t_{queda}^2 \Leftrightarrow 1{,}5 = 26{,}5 - 4{,}9\,t_{queda}^2 \Leftrightarrow t_{queda} = \sqrt{\frac{25}{4{,}9}} = 2{,}259 \text{ s}$$

Ora em 2,259 s o camião avança $5{,}0 \times 2{,}259 = 11{,}30$ m . Ou seja, o saco deve ser lançado quando o camião está em $x_c = 30 - 11{,}30 = 18{,}70$ m. Isso acontece para o instante

$$x_c = 5{,}0\,t \Leftrightarrow 18{,}70 = 5{,}0\,t \Leftrightarrow t = \frac{18{,}70}{5{,}0} = 3{,}74\text{ s} \quad (3{,}7\text{ s})$$

Conclusão: deve-se esperar 3,7 s e só depois largar o saco.

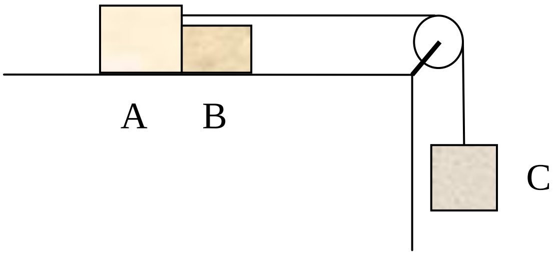
Se se largar o saco 0,50 s depois do instante 3,7 s, o camião avançou mais $5{,}0 \times 0{,}50 = 2{,}5$ m. O saco vai cair 2,5 m atrás do ponto de médio da caixa de carga. Como esta tem 4,0 m de desde o ponto médio até à extremidade, o saco ainda cairá dentro da caixa.

2. Considere a montagem abaixo, em que os blocos A, B e C têm respetivamente 5,00 kg, 3,00 kg e 4,00 kg de massa, sendo que A e B e deslizam *sem atrito* sobre a superfície horizontal.

Calcule:

a. (1,5 val) A aceleração do sistema.

b. (1,5 val) A força que A exerce em B e a tensão na corda.



Não havendo atrito, a forma mais expedita de calcular a aceleração é considerar os três blocos como um sistema com massa total 12 kg, acelerado por uma força (peso de C) de $F_{gC} = 4{,}00g = 39{,}2$ N. Isto resulta numa aceleração de módulo

$$a = \frac{F}{m} \Leftrightarrow a = \frac{39{,}2\text{ N}}{12\text{ kg}} = 3{,}267\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \left(3{,}3\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

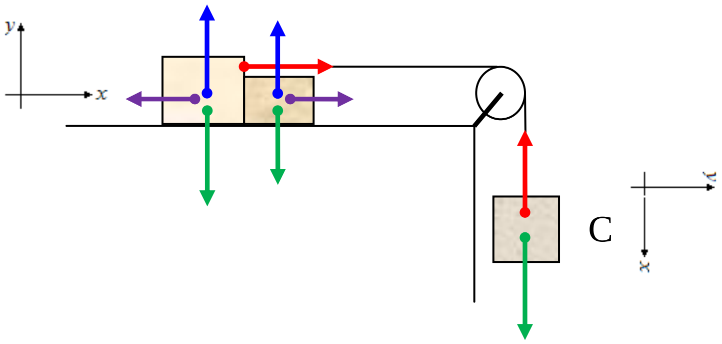
Quanto à tensão, basta notar que para o bloco C se tem, da 2ª lei de Newton e segundo y ($+y$ para cima),

$$F_T - F_{gC} = m_C a_y \Leftrightarrow F_T = m_C a_y + m_C g \Leftrightarrow F_T = (4{,}00\text{ kg})\left(-3{,}267\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$
$$= 26{,}13\text{ N} \quad (26\text{ N})$$

Finalmente, a força que A exerce em B é a única força horizontal a atuar em B, pelo que será esta força a conferir-lhe a aceleração do sistema, i.e. 3,267 m/s^2. Novamente da 2ª lei de Newton se tira então que

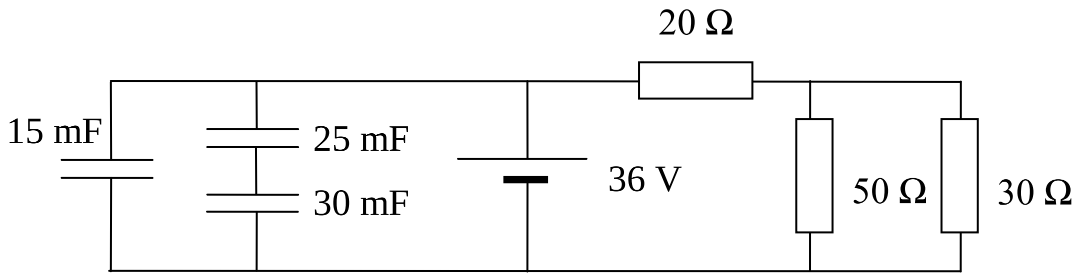
$$F_{AB} = m_B a \Leftrightarrow F_{AB} = (3{,}00\text{ kg})\left(3{,}267\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = 9{,}8\text{ N}$$

NOTA: há, naturalmente, outras formas de resolver o problema. P.ex. se marcássemos forças e escolhessemos um referencial local segundo a direção de movimento teriamos chegado a (azul: normais, vermelho: tensão, verde: pesos, roxo: força de contacto AB), após o que restaria resolver o sistema. Deixa-se como exercício ao estudante. (É mais simples do que parece! ☺)



$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} A, x: \quad F_T - F_{AB} = m_A a \\ A, y: \quad F_{NA} + F_{gA} = 0 \\ B, x: \quad F_{AB} = m_B a \\ B, y: \quad F_{NB} + F_{gB} = 0 \\ C, x: \quad -F_T + F_{gC} = m_C a \end{cases}$$

3. O circuito da figura abaixo encontra-se em estado de corrente estacionária, não fluindo nenhuma corrente de, ou para, os condensadores; apenas para as resistências.



Calcule:

a. (1,5 val) As intensidades de correntes nas resistências (designe-as por I_{20}, I_{30}, I_{50}).

b. (1,5 val) As cargas acumuladas aos terminais dos condensadores (Q_{15}, Q_{25}, Q_{30}).

Intensidades: R_{30} e R_{50} estão em paralelo, e o seu equivalente está em série com R_{20}. Aplicando as regras de associação, a resistência equivalente total é então

$$R_{eq} = R_{20} + \left(\frac{1}{R_{50}} + \frac{1}{R_{30}}\right)^{-1} = 20\ \Omega + \left(\frac{1}{50\ \Omega} + \frac{1}{30\ \Omega}\right)^{-1} = 38{,}75\ \Omega$$

A corrente que sai do gerador é, da lei de Ohm,

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36\ \text{V}}{38{,}75\ \Omega} = 0{,}929\ \text{A}$$

(Nota: a lei de Ohm não se aplica a qualquer situação. Apenas a casos de uma resistência sujeita a uma diferença de potencial – d.d.p. Para casos mais complexos há que usar as regras de associação ou as leis de Kirchhoff.)

Esta corrente de 0,929 A (0,93 A) tem de passar por R_{20}. Logo, I_{20} = 0,93 A. Chegada à bifurcação, a corrente divide-se entre R_{30} e R_{50}, de tal forma que a d.d.p. no final é constante, i.e. que

$$R_{50}I_{50} = R_{30}I_{30}$$

Juntando isto a $I_{50} + I_{30} = I_{20}$ (lei dos nós), temos

$$\begin{cases} R_{50}I_{50} = R_{30}I_{30} \\ I_{50} + I_{30} = I_{20} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_{50} = \frac{3}{5}I_{30} \\ 0{,}929 = I_{30} + \frac{3}{5}I_{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_{50} = \frac{3}{5}(0{,}5806\ \text{A}) = 0{,}3484\ \text{A} \quad (0{,}35\ \text{A}) \\ I_{30} = \frac{5}{8}(0{,}929) = 0{,}5806\ \text{A} \quad (0{,}58\ \text{A}) \end{cases}$$

Quanto às cargas dos condensadores, para o condensador de 15 mF podemos usar diretamente

$$Q_{15} = C_{15}V = (15 \times 10^{-3}\ \text{F})(36\ \text{V}) = 0{,}540\ \text{C}$$

(Nota: tal como a lei de Ohm, a fórmula $Q = CV$ só se aplica para um condensador ligado a uma fonte. Para situações mais complicadas, tais como os outros dois condensadores, usa-se as caraterísticas das associações.)

A capacidade equivalente dos condensadores de 25 e 30 mF é, das regras de associação de condensadores (que são diferentes das das resistências!),

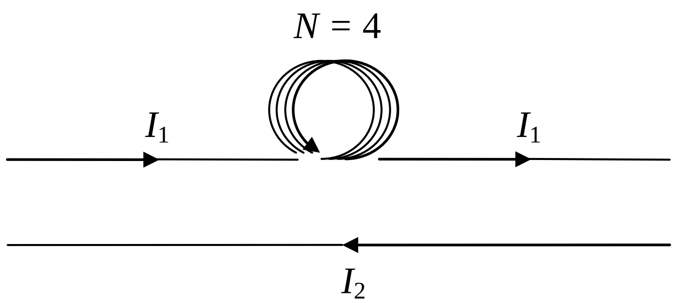
$$C_{eq} = \left(\frac{1}{R_{25}} + \frac{1}{R_{30}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{25\text{ mF}} + \frac{1}{30\text{ mF}}\right)^{-1} = 13{,}64\text{ mF}$$

A carga que fluiu da fonte para estes dois condensadores foi então de

$$Q = C_{eq}V = (13{,}64 \times 10^{-3}\text{ F})(36\text{ V}) = 0{,}491\text{ C}$$

Como numa associação em série de condensadores a carga é a mesma em todos eles, temos, a 2 AS, $Q_{25} = Q_{30} = 0{,}49\text{ C}$.

4. Na figura abaixo, uma corrente de intensidade I_1 = 12 A percorre um fio retilíneo longo, que a dada altura enrola sobre si mesmo, descrevendo 4 espiras de 2,5 cm de raio e seguindo novamente de forma retilínea. A uma distância de 5,0 cm da primeira corrente, segue uma segunda corrente, de intensidade I_2 = 15 A, paralela e em sentido oposto.



Calcule:

a. (2,5 val) A intensidade do campo magnético no centro das espiras.

b. (0,5 val) O módulo da força eletromagnética, por unidade de comprimento, entre as correntes, longe do local das espiras.

No centro das espiras há três fontes de campo magnético: os dois condutores retilíneos e as quatro espiras. As expressões para o campo magnético produzido por estes dois tipos de fontes são

$$B_{fio} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d} \quad ; \quad B_{espira} = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

com direção e sentido dados pela regra da mão direita. Sejam $\otimes, \odot$ versores unitários respetivamente 'para dentro' e 'para fora' da folha de papel ($\otimes = -\odot$) e 'C' o centro das espiras. No nosso caso temos então, notando que há 4 espiras e que portanto o campo produzido por estas é 4 vezes o de uma espira individual,

$$\vec{B}_C = \vec{B}_{fio,1} + \vec{B}_{fio,2} + \vec{B}_{espiras} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d_{1C}}\odot + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{d_{2C}}\otimes + 4\frac{\mu_0 I_1}{2R}\odot \Leftrightarrow \vec{B}_C$$

$$= \left(2 \times 10^{-7}\frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)\left(\frac{12\text{ A}}{0{,}025\text{ m}}\right)\odot + \left(2 \times 10^{-7}\frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)\left(\frac{15\text{ A}}{0{,}025\text{ m} + 0{,}050\text{ m}}\right)(-\odot)$$

$$+ 4\left(2\pi \times 10^{-7}\frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)\left(\frac{12\text{ A}}{0{,}025\text{ m}}\right)\odot \Leftrightarrow \vec{B}_C$$

$$= (9{,}6 \times 10^{-5}\text{ T})\odot - (4{,}0 \times 10^{-5}\text{ T})\odot + (1{,}21 \times 10^{-3}\text{ T})\odot$$

$$= (1{,}266 \times 10^{-3}\text{ T})\odot \quad (1{,}3\text{ mT}\odot)$$

O módulo do campo é então 1,3 mT. Se tivéssemos somado as contribuições todas sem atender ao sentido, o resultado estaria errado.

Quanto à força de eletromagnética entre as correntes, que são paralelas, basta aplicar a fórmula respetiva:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d_{12}} \Leftrightarrow \frac{F}{L} = \left(2 \times 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T.m}}{\mathrm{A}}\right)\left(\frac{(12\ \mathrm{A})(15\ \mathrm{A})}{0{,}050\ \mathrm{m}}\right) = 7{,}2 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

FIM