

U.C. 21076

Investigação Operacional

23 de junho de 2017

-- INSTRUÇÕES --

Leia com atenção antes de iniciar a sua prova

- O tempo de duração da prova de exame é de **2 horas**, acrescida de **30 minutos de tolerância**.
- Deverá responder a todas as questões na folha de ponto, preencher todos os cabeçalhos e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Utilize unicamente tinta de cor azul ou preta.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objetos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por **5 páginas** (incluindo formulário e tabela da distribuição normal padrão) e termina com a palavra **FIM**. O exame contém **6 grupos** de questões.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- É permitida a utilização de máquina de calcular.
- Nas questões que envolvam cálculos ou demonstrações o estudante deve explicitar e justificar todos os passos necessários.
- Os grupos de questões terão as seguintes cotações:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
2 val.	3 val.	3 val.	5 val.	4 val.	3 val.

1. Explique o que é a Investigação Operacional (IO) e, apresente de forma resumida as principais etapas a cumprir na resolução de um problema de IO.

2. Uma empresa fabricante de hardware produz entre outras componentes, processadores e placas de vídeo. A montagem destes componentes é executada por um reduzido grupo de funcionários especializados, que trabalham em simultâneo, sendo que, devido ao reduzido espaço existente na linha de montagem, no máximo, 8 técnicos podem trabalhar em simultâneo.

A empresa tem um valor máximo orçamentado para os salários dos funcionários, correspondente a 10.000€.

A estrutura salarial imposta pelo sindicato do setor impõe que os funcionários com 3 ou mais anos de experiência recebam 1.500€ por mês, enquanto que os outros devem receber 1.000€. É sabido, pela experiência do passado, que por mês os funcionários mais experientes produzem 2.500€ de valor acrescentado e os restantes produzem 1.000€.

- a) Tendo por base os dados apresentados, formalize o problema de programação linear associado.
- b) Por forma a maximizar o valor acrescentado por mês, determine quantas pessoas de cada grupo devem ser empregues. Utilize o método gráfico na resolução do problema.
- c) Considere que a despesa com pessoal sobe para o dobro e que as restantes condições se mantêm. Use o gráfico da alínea anterior e neste caso tire conclusões relativamente aos funcionários que deve empregar. A empresa tem lucro ou prejuízo? Justifique.

3. Considere o seguinte problema de Programação Linear:

$$\text{Min } F = -X - Y$$

$$\text{sujeito a: } X + \frac{Y}{2} \geq 5$$

$$X + 2Y \leq 14$$

$$X - Y \leq \frac{5}{2}$$

$$X, Y \geq 0$$

a) Resolva-o graficamente.

b) Se ao problema indicado inicialmente se acrescentar a restrição $X + Y \leq 7$, manter-se-á a solução óptima determinada na alínea a) ? Justifique e caso haja alteração indique a nova solução óptima.

4. No pequeno aeroporto da Ilha das Gaivotas, existe apenas um balcão para verificação da documentação dos passageiros que pretendem entrar no território. O atendimento é feito apenas por um funcionário e pode considerar-se que o tempo de atendimento segue uma distribuição exponencial negativa com uma média de 1 minuto. Sabendo-se que a chegada de clientes constitui um processo de Poisson com uma taxa de 80 clientes por hora:

a) Qual a probabilidade de o balcão estar ocupado quando um passageiro chega?

b) Qual o comprimento médio da fila de espera e qual o número médio de passageiros no sistema?

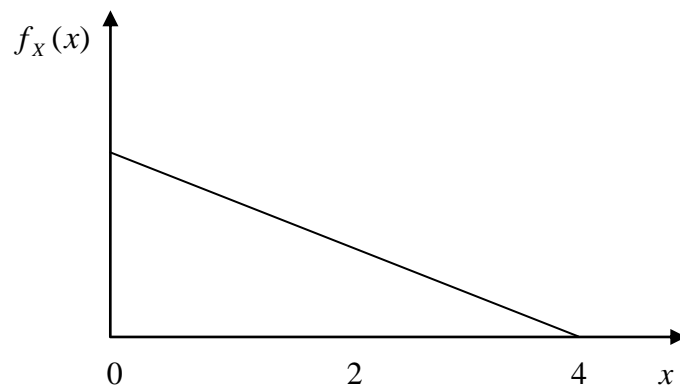
c) Qual o tempo médio de espera de um passageiro na fila e no sistema (fila+balcão)?

d) Qual a probabilidade de que um passageiro esteja mais do que 2 minutos para passar o controlo?

5. Considere um empreendimento caracterizado pelas atividades, precedências e durações indicadas no seguinte quadro:

Atividades	Precedências	Duração média μ	Desvio Padrão σ
A	-	9	1/3
B	-	6	2/3
C	A	4	0
D	B	8	2.5/3
E	B	12	10/3
F	C,D	7	1
G	E	3	1/3

- a) Trace a rede que representa o empreendimento.
 - b) Determine o caminho crítico.
 - c) Calcule a probabilidade de a duração total não diferir em mais de 15% da duração média.
6. a) Comente a seguinte afirmação: “As condições iniciais têm sempre grande influência num modelo de simulação”.
- b) Elabore uma rotina que lhe permita gerar números pseudo-aleatórios (NPA) com distribuição X , onde $f_X(x)$ representa a seguinte função de densidade de probabilidade de X .



Formulário de Filas de Espera

Sistema M/M/1, População = ∞ ; Fila máxima = ∞

Processo de **chegadas** Poissoniano com uma taxa de chegadas de λ clientes por unidade de tempo.

Duração do **serviço** com distribuição Exponencial Negativa – taxa de atendimento de μ clientes por unidade de tempo (pelo **único servidor**).

Disciplina da fila: FIFO (atendimento por ordem de chegada)

Taxa de **ocupação** $\rho = \lambda / \mu$ ($\rho < 1$)

Taxa de **desocupação** = $1 - \rho = P_0 = P(W_q = 0)$

$$L = L_q + \lambda / \mu$$

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$$

$$W = W_q + 1 / \mu$$

$$W = L / \lambda = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W_q = L_q / \lambda = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

$$P_0 = 1 - \rho = P(W_q = 0)$$

$$P_n = \rho^n P_0 = \rho^n (1 - \rho)$$

$$P(n > k) = \rho^{k+1}$$

$$P(W > t) = e^{-\mu(1-\rho)t} = e^{-t/W} \quad \text{para } t \geq 0$$

$$P(W_q > t) = \rho e^{-\mu(1-\rho)t} = \rho e^{-t/W} \quad \text{para } t \geq 0$$

