



## **ANÁLISE DE FOURIER E APLICAÇÕES | 21161**

### **Período de Realização**

Decorre de 6 a 13 de dezembro de 2019

### **Data de Limite de Entrega**

13 de dezembro de 2019, até às 23h55 de Portugal Continental

### **Temas**

Temas 3, 4 e 5 da UC.

### **Objetivos**

Testar o domínio, por parte do estudante, dos conteúdos correspondentes aos temas indicados supra.

### **Critérios de avaliação e cotação**

Para a avaliação das respostas constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

Justifique *cuidadosamente* todas as suas respostas, e apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio. Não será atribuída qualquer cotação a uma resposta não justificada.

1. 0,5 + 1,5 valores

2. 1,0 valores

Total: 3,0 valores

## Normas a respeitar

Todas as páginas do seu documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

*Fernando Pestana da Costa*

## Trabalho a desenvolver

1. Considere um recipiente de base quadrada com área  $L^2$  e que está cheio de água até uma altura  $2L$ . No instante inicial  $t = 0$  introduz-se instantaneamente uma substância química  $Q$  à superfície da água cuja concentração, num sistema de coordenadas ortonormadas  $(x, y, z)$  centrada no ponto central da superfície da água, é descrita aproximadamente pela função  $f(x, y, z) = \chi_I(x, y, z)$ , onde  $I = [-L/10, L/10] \times [-L/10, L/10] \times [-L/100, 0]$  e  $\chi_I$  é a função característica<sup>1</sup> do conjunto  $I$ .

A evolução da concentração  $q = q(x, y, z, t)$  da substância química  $Q$  no instante  $t$  e na posição  $(x, y, z)$  do recipiente é descrita pela equação de difusão

$$\frac{\partial q}{\partial t} = D\Delta_{(x,y,z)}q,$$

onde  $D > 0$  é o coeficiente de difusão de  $Q$ ,  $\Delta_{(x,y,z)}$  é o laplaciano relativamente às coordenadas espaciais, com a condição inicial  $q(x, y, z, 0) = f(x, y, z)$  e esta equação é complementada com condições apropriadas na fronteira.

---

<sup>1</sup>A função característica de um conjunto  $\Omega$  é definida por

$$\chi_{\Omega}(u) = \begin{cases} 1, & \text{se } u \in \Omega \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- a. Supondo que o recipiente não é poroso nem existe evaporação da água, diga, justificadamente, quais são as condições na fronteira apropriadas à presente situação.
  - b. Determine a solução formal do problema de valores iniciais e de fronteira para a situação descrita usando as condições na fronteira que indicou na alínea anterior.
2. Resolva o exercício 3.2 na página 184 do livro de Djairo Figueiredo.

FIM