Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21180

Computação Numérica

26 de fevereiro de 2019

INSTRUÇÕES

- Leia estas instruções na totalidade antes de iniciar a resolução da prova.
- O enunciado da prova é constituído por 4 grupos de questões e termina com a palavra FIM.
- Se o seu exemplar não estiver completo ou nele se verificar qualquer outra deficiência, por favor dirija-se ao professor vigilante.
- A prova deve ser resolvida na sua totalidade em folhas de respostas.
- Nas respostas, tenha a preocupação de utilizar uma letra legível.
- Todas as respostas devem ser escritas unicamente com caneta azul ou preta.
- A prova é SEM CONSULTA. Todos os elementos necessários à resolução são fornecidos no enunciado.
- Para a execução da prova é INDISPENSÁVEL a utilização de calculadora.
- As cotações são indicadas por grupo e nas próprias questões.
- As respostas devem ser claras, indicando todos os passos e cálculos intermédios necessários à compreensão da resolução de cada questão. À simples indicação do resultado é atribuída a cotação zero.
- Nas questões de escrita de programas, a sua correção terá em conta critérios de proficiência e compreensibilidade do código (legibilidade, indentação, estrutura, comentários e explicação geral).
- O não cumprimento das instruções implica a anulação das respetivas questões.
- O tempo de realização da prova é de 150 minutos.

Grupo I [4 valores]

1. Considere $x = 0.138537\ldots$ e a aproximação $\overline{x} = 0.1386$,

1.1. [2] Determine limites superiores ϵ_{LS}, r_{LS} respetivamente para os erros absoluto $\epsilon \leq \epsilon_{LS}$ e relativo $r \leq r_{LS}$. Os limites devem ser os menores possíveis para a precisão dada para x e $\overline{x}$.

1.2. [1] Baseado no erro absoluto determinado na alínea anterior, determine quantos algarismos significativos tem a aproximação dada. Justifique.

1.3. [1] Obtenha um novo valor aproximado, por arredondamento (simétrico) da terceira casa decimal. Quantos algarismos significativos tem esta aproximação? Justifique.

Grupo II [4 valores]

2. Considere a seguinte equação,

$$x^2 = \cos(x)$$

2.1. [1] Mostre que a equação dada tem uma única raiz no intervalo $[0, \pi/2]$.

2.2. [2.5] Obtenha uma aproximação do valor dessa raiz aplicando três iterações do método de Newton a partir do valor inicial $x_0 = 0.5$. Construa uma tabela onde constem os valores necessários de $k, x_k, f(x_k), f'(x_k)$ para $k = 0, 1, 2, 3$.

2.3. [0.5] Determine uma estimativa do erro para a aproximação da raiz determinada na alínea anterior.

Grupo III [4 valores]

3.1. [2.5] Considere a matriz A e o vetor b seguintes,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}, \qquad b = \begin{bmatrix} -5 \\ 12 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Resolva o sistema de equações lineares $Ax = b$ utilizando o método de eliminação de Gauss com escolha parcial de pivot. Indique claramente as operações elementares realizadas em cada passo da resolução.

3.2. [1.5] Considere o polinómio $p(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$. Calcule eficientemente o valor de $p(0.5)$ utilizando o método de Horner.

Grupo IV [8 valores]

4.1. [1.5] Considere a matriz A e o vetor b definidos no grupo III e o comando Octave `M=[A(:,1:2)  [8:-2:2; A(1:2,:) b([1 3])]]`. Indique a matriz M resultante.

4.2. [1.5] Considere as funções $f(x) = x\cos(x)$ e $g(x) = x^3$. Apresente um pequeno programa em Octave que crie um gráfico conjunto das funções $f()$ e $g()$ para x de $-\pi$ a π com 101 pontos e com as seguintes características:

- $f()$ a traço contínuo de cor preta, com legenda;
- $g()$ a traço contínuo de cor verde, com legenda;
- com grelha;
- o ponto (1, 1) deve ser assinalado com um marcador tipo cruz, de cor vermelha;
- o eixo das abcissas deve ter a etiqueta "x";
- o eixo das ordenadas deve ter a etiqueta "$f(x), g(x)$".

4.3. [5] Esta alínea foi retirada/anulada por referir conteúdos fora do programa da unidade curricular.

FIM