



Lógica e Teoria de Conjuntos | 21079

Período de Realização

Decorre de 10 a 16 de janeiro de 2022

Data de Limite de Entrega

16 de janeiro de 2022, até às 23h55 de Portugal Continental

Tema

Cálculo de Predicados

Competências

- a) conhecer e aplicar a linguagem do cálculo de predicados;
- b) conhecer e aplicar a semântica do cálculo de predicados;
- c) construir demonstrações formais no cálculo de predicados.

Trabalho a desenvolver

Deve resolver os quatro exercícios constantes no enunciado. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores distribuídos do seguinte modo: 1.5 valores para o exercício 1; 0.5 valores para o exercício 3 e 1 valor para cada um dos exercícios 2 e 4.;

2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu E-fólio por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Se tiver publicado o seu trabalho na Internet, cole na Folha de Resolução a hiperligação para o mesmo.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **nove** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Gilda Ferreira

Enunciado

1. Seja \mathcal{L} uma linguagem de primeira ordem com igualdade cujos parâmetros a, b (símbolos de constantes), P, Q (símbolos de predicados 2-ários) e respectivas interpretações são:

Domínio de interpretação: o conjunto dos seres humanos.

a : “Ana”.

b : “Francisca”.

$P(x, y)$: “ x é pai de y ”.

$Q(x, y)$: “ x é mãe de y ”.

- (a) Traduza, para a linguagem da cálculo de predicados, a seguinte frase:
A Ana é mãe de uma única criança: a Francisca.
- (b) Indique, em cada alínea, da forma mais completa que conseguir, qual o parentesco entre a Ana e a Francisca.
- (i) $\exists x \exists y (P(x, a) \wedge \neg P(x, b) \wedge Q(y, a) \wedge Q(y, b))$.
- (ii) $\exists x (Q(a, x) \wedge Q(x, b))$.
- (iii) $\exists x \exists y (P(x, y) \wedge P(x, b) \wedge \neg(y = b) \wedge Q(y, a))$.
2. No universo dos números inteiros positivos, seja $P(x, y)$ o predicado “ x divide y ”, $a := 1$ e $b := 3$. Indique, justificando, o valor lógico das seguintes asserções:

(a) $\forall x P(a, x)$.

(b) $\forall x \neg P(x, a)$.

(c) $\forall x \exists y P(x, y)$.

(d) $\exists x \forall y P(x, y)$.

3. Seja \mathcal{M} um modelo cujo domínio é \mathbb{N}_0 e cujas interpretações dos símbolos $1, 10, \cdot, =, >$ são as usuais. Indique para que instâncias de y a seguinte fbf é verdadeira em \mathcal{M} .

$$\forall x (\exists z (z \cdot x = y) \rightarrow (x = 1 \vee x = y)) \wedge \neg(y > 10)$$

4. **(a)** Complete, incluindo todas as justificações, a seguinte demonstração formal no sistema de dedução natural (notação de Lemmon).

| | | |
|---|-----------|--|
| - | 1 | $\exists x (\phi(x) \wedge \psi(x))$ |
| | {2, v} | 2 $\phi(v) \wedge \psi(v)$ |
| | {2, v} | 3 $\phi(v)$ |
| | {2, v} | 4 $\psi(v)$ |
| | {2, v, 5} | 5 $\forall x (\phi(x) \rightarrow \neg\psi(x))$ |
| | {2, v, 5} | 6 $\phi(v) \rightarrow \neg\psi(v)$ |
| | {2, v, 5} | 7 $\neg\psi(v)$ |
| | {2, v, 5} | 8 \perp |
| | {2, v} | 9 $\neg\forall x (\phi(x) \rightarrow \neg\psi(x))$ |
| | - | 10 $\neg\forall x (\phi(x) \rightarrow \neg\psi(x))$ |

- (b)** Demonstre, em dedução natural, que

$$\forall x (\phi \rightarrow \psi), \forall x \phi \vdash \forall x \psi.$$

FIM