

**U.C. 21037**  
**Elementos de Probabilidades e Estatística**

**10 de julho de 2014**

**- INSTRUÇÕES -**

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega das folhas de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- O exame é composto por 4 grupos de questões, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM** e por um formulário de uma página. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- É permitido o uso de máquina de calcular. Não é permitido a utilização de elementos de consulta.
- **O exame tem a duração máxima de 2 horas e 30 minutos.**

**CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:**

- Para a correcção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correcção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e correctamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático correctos, utilizando notação apropriada.
- Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A distribuição da cotação total (20 valores) pelos 4 grupos de questões é a seguinte:

Grupo	1	2	3	4
Cotação	5.0	3.0	6.5	5.5

1. Numa agência de viagens registou-se o número de viagens de avião realizadas por mês pelos seus 237 clientes. Os dados obtidos constam da tabela seguinte:

Quadro I

Nº de viagens	$n_i$	$N_i$	$F_i$
1		39	
2	80		
3		179	
4	29		
5			

( $n_i$  frequência absoluta;  $N_i$  frequência absoluta acumulada;  $F_i$  frequência relativa acumulada)

- 1.1. Complete o Quadro I utilizando a informação indicada. Justifique detalhadamente todos os raciocínios e cálculos que efectuar.
- 1.2. Determine a moda, a média e a mediana do número de viagens aéreas.
- 1.3. **Utilizando a frequência relativa acumulada**, determine a percentagem de clientes que realizam mensalmente...
  - 1.3.1. ... quatro ou mais viagens.
  - 1.3.2. ... apenas duas viagens.
2. Uma urna contém 80 bolas azuis e 25 bolas amarelas. Considere a experiência que consiste em retirar uma bola ao acaso, anotar a sua cor e restituir a bola à urna. Repete-se novamente este processo várias vezes. Determine:
  - 2.1. A probabilidade de em 20 extracções ser encontrada uma única bola amarela.
  - 2.2. Quantas extracções devem ser realizadas de modo que a probabilidade de se retirar uma bola amarela seja superior a 0.4.
3. Considere uma variável aleatória discreta  $X$  cuja função de distribuição é dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.1, & 0 \leq x < 1 \\ 0.25, & 1 \leq x < 2 \\ 0.45, & 2 \leq x < 3 \\ 0.65, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

- 3.1. Calcule  $P(X \leq 0.15)$ ,  $P(0.15 < X \leq 2)$  e  $P(X > 0.15 | X \leq 2)$ .
- 3.2. Determine o conjunto  $A$  definido por

$$A = \{x \in \mathbb{R} : P(X > x) = 0.55\}.$$

- 3.3. Determine a função de probabilidade de  $X$ .

**3.4.** Determine as funções de probabilidade e de distribuição da variável aleatória  $Z = X + 1$ .

**4.** Considere uma variável aleatória contínua  $X$  cuja função densidade de probabilidade é dada por

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 + \alpha + x, & -1 \leq x < 0 \\ 1 + \alpha - x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

**4.1.** Sabido que  $P(0 < X < 1) = 0.5$ , determine o valor de  $\alpha$ .

**4.2.** Calcule o valor esperado e a variância de  $X$ .

**4.3.** Determine a função de distribuição de  $X$ .

**FIM**