UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Educação e Ciência

p-Fólio

U.C. 21002

Álgebra Linear I

8 de julho de 2015

- O p-fólio é composto por 4 grupos de questões e respetivas alíneas, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- As questões do grupo **I** (escolha múltipla) **deverão ser respondidas no enunciado**. As questões dos grupos **II**, **III** e **IV** deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de quaisquer elementos de consulta.
- Tenha em atenção que o p-fólio tem a duração máxima de **1 hora e 30 minutos**.

Critérios de avaliação e cotação

- Com exceção das questões do grupo **I** (escolha múltipla), é necessário justificar todas as respostas e apresentar os cálculos efectuados. A apresentação de valores numéricos, como resposta, sem qualquer justificação, mesmo que corretos, terão a cotação zero.
- Cada questão do grupo **I** (escolha múltipla) tem a cotação de 1 valor. Por cada resposta errada serão descontados $\frac{1}{3}$ valores. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação global mínima do grupo **I** é de 0 valores. As restantes questões terão as cotações seguintes:

II	III	IV
2 val.	3 val.	4 val.

Nome: ....

N^0 de Estudante: .... B. I./C.C. n^0 ....

Turma .... Assinatura do Vigilante: ....

I. Questões de escolha múltipla.

Em cada questão de escolha múltipla apenas uma das afirmações a), b), c), d) é verdadeira. Indique-a marcando × no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva "Anulado" junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a que pretende que seja considerada.

Questão 1

Sejam $f, g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ duas aplicações lineares definidas por $f(x, y) = (y, 2x + y)$ e $g(x, y) = (x - 2y, -x + y)$. Então, relativamente à base canónica $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^2$ na partida e na chegada, a matriz que representa a aplicação $f \circ g$ é:

☐ a) $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f \circ g) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$.

☐ c) $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f \circ g) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.

☐ b) $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f \circ g) = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

☐ d) $M_{\mathcal{B},\mathcal{B}}(f \circ g) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$.

Questão 2

Seja B uma matriz quadrada e $p_B(x) = -(x-1)(x-2)(x-5)$ o seu polinómio característico. Então:

☐ a) $\det B = 5$.

☐ c) B é invertível..

☐ b) O núcleo de B tem dimensão 1.

☐ d) $B \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{R})$.

Questão 3

Sejam F e H subespaços de $\mathbb{R}^3$ tais que $\dim F = 2$ e $\dim H = 2$. Então:

☐ a) Se $\dim(F + H) = 3$ então $\dim(F \cap H) = 0$.

☐ b) Se $\dim(F + H) = 2$ então $\dim(F \cap H) = 1$.

☐ c) Se $\dim(F + H) = 4$ então $\dim(F \cap H) = 0$.

☐ d) Se $\dim(F + H) = 3$ então $\dim(F \cap H) = 1$.

Nome: ....

Nº de Estudante: .... B. I./C.C. nº ....

Turma .... Assinatura do Vigilante: ....

Responda aos grupos seguintes no Caderno de Prova

Nos grupos seguintes justifique todas as afirmações apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

II. Diga se é verdadeira ou falsa a afirmação seguinte, justificando cuidadosamente a sua resposta através de uma demonstração ou de um contra-exemplo, consoante o que for apropriado.

Existe uma transformação linear injetiva de $\mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ em $\mathbb{R}^4$.

III. Seja $T\colon \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}_2[x]$ definida por

$$T\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = a + bx + dx^2.$$

a) Calcule a representação matricial de T considerando a base canónica de $\mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ e a base canónica de $\mathbb{R}_2[x]$.

b) Determine o núcleo de T e indique uma base para o núcleo de T.

c) Determine a dimensão da imagem de T.

IV. Seja T um endomorfismo de $\mathbb{R}^3$ definido por

$$T(x, y, z) = (x - y + z, y, x + y + z).$$

a) Determine o polinómio característico de T.

b) Determine os valores próprios e vetores próprios de T.

c) Determine uma base de $\mathbb{R}^3$ constituída por vetores próprios de T e determine a matriz que representa T nessa base.

d) Seja A a matriz que representa a transformação T em relação à base canónica de $\mathbb{R}^3$ no espaço de partida e no espaço de chegada, ou seja $A = \mathcal{M}(T, \text{b.c.}_{\mathbb{R}^3}, \text{b.c.}_{\mathbb{R}^3})$. Determine uma matriz P e uma matriz diagonal Λ tais que $\Lambda = PAP^{-1}$.

FIM