UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

RESOLUÇÃO

1 de fevereiro de 2019

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 4 páginas, numeradas de 2 a 5 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **8 questões de escolha múltipla**, em que apenas uma das respostas é correta. **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova** (não neste enunciado). Indique de uma forma clara a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Se desejar, pode incluir detalhes da sua resolução da questão. Se desses detalhes o professor verificar que respostas incorretas se deveram apenas a pequenos erros de cálculo, estas poderão ser parcialmente cotadas.

2) A segunda é composta por **3 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:

   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efetuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Reveja as resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular, mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$$\Delta G = G_f - G_i \;;\; \vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{\mathbf{k}} \;;\; |\vec{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \;;\; \vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos(\sphericalangle AB) \;;\; \vec{A}\times\vec{B} = AB\,\mathrm{sen}(\sphericalangle AB)\,\hat{\mathbf{n}}$$

$$\text{Círculo: } \begin{cases} A = \pi R^2 \\ P = 2\pi R \end{cases} \;;\; \text{Esfera: } \begin{cases} V = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A = 4\pi R^2 \end{cases} \;;\; \text{Cilindro: } \begin{cases} V = \pi R^2 h \\ A = 2\pi R^2 + 2\pi R h \end{cases}$$

$$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \;;\; \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \;;\; s_{med} = \frac{\text{distância}}{\Delta t} \;;\; s = |\vec{v}| = v \;;\; \vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \;;\; \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\begin{cases} \vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} v = cte \\ x = x_0 + vt \end{cases} \;;\; \begin{cases} \vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{cases} \quad \text{1D:} \begin{cases} a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta\theta = \frac{d}{R} \;;\; 1\text{ rot} = 2\pi\text{ rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \;;\; \omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} \;;\; \alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \end{cases} \;;\; \begin{cases} d = \Delta\theta\, R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \;;\; a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases} \;;\; \begin{cases} \omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t \end{cases} \;;\; \begin{cases} \vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma\vec{\tau}|}{I} \end{cases} \;;\; \begin{cases} \alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{cases}$$

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \;;\; F_g = mg \;\left(g = 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \;;\; f_s \le \mu_s F_N \;;\; f_k = \mu_k F_N \;;\; F_{cent} = m\frac{v^2}{R}$$

$$W_F = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} \;;\; E_c = \frac{1}{2}mv^2 \;;\; E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)dx \;;\; F_C = -\frac{dE_p}{dx} \;;\; E_{pg} = mgh \;;\; F_{elast} = -kx \;;\; E_{p.elast} = \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_m = E_c + E_p \;;\; W_{tot} = \Delta E_c \;;\; W_C = -\Delta E_p \;;\; W_{NC} = \Delta E_m \;;\; \mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t} \;;\; \mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \;;\; \vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t \;;\; \vec{I} = \Delta\vec{p}$$

Métodos para integrar numericamente uma ED de 1° grau do tipo

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x)$$

com passo $h = t_{i+1} - t_i$:

Euler (Runge-Kutta de ordem 1):

$$x_{i+1} = x_i + k_1 h \;;\; k_1 = f(t_i, x_i)$$

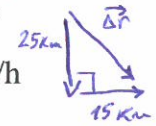
Heun ou Previsor-Corretor (Runge-Kutta de ordem 2):

$$x_{i+1} = x_i + \frac{1}{2}(k_1 + k_2)h \;;\; k_1 = f(t_i, x_i) \;;\; k_2 = f(t_i + h, x_i + k_1 h)$$

Nota: x_i, x_{i+1} são o mesmo que respetivamente $x(t_i), x(t_{i+1})$.

PARTE I

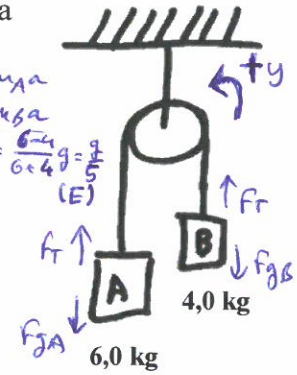
1. **(1,0 val)** Um condutor viaja 25 km para sul (-y), após o que vira para este (+x) e desloca-se mais 15 km. Toda a viagem dura 30 mins. Qual o módulo da velocidade média neste deslocamento? (0,50 h)



A. 58 km/h **B.** 49 km/h **C.** 40 km/h **D.** 30 km/h **E.** 20 km/h **F.** 15 km/h

$v_m = \left|\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}\right| = \frac{\sqrt{25^2+15^2}}{0,50} = 58$ km/h (A)

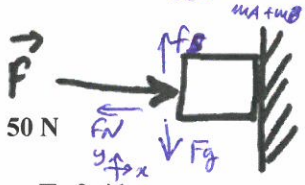
2. **(1,0 val)** Na figura ao lado, A e B têm massas de respetivamente 6,0 kg e 4,0 kg e a roldana tem massa desprezável. Qual será o módulo da aceleração do sistema?



A. g **B.** $g/2$ **C.** $g/3$ **D.** $g/4$ **E.** $g/5$ **F.** $g/6$

2ª lei N: $\begin{cases} A: -F_T + F_{gA} = m_A a \\ B: F_T - F_{gB} = m_B a \end{cases}$ $a = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} g = \frac{6-4}{6+4} g = \frac{g}{5}$ (E)

3. **(1,0 val)** A força horizontal no desenho ao lado tem 50 N de intensidade. Sabendo que o bloco, de 4,0 kg, está em repouso, qual será o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre aquele e a parede?



(f_s max → μ_s min para $F_N = 50$ N)

A. 1,10 **B.** 0,98 **C.** 0,78 **D.** 0,64 **E.** 0,53 **F.** 0,41

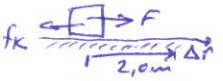
1ª lei N: $\begin{cases} F - F_N = 0 \rightarrow F = F_N = 50N \\ f_s - F_g = 0 \rightarrow f_s = 4,0g \end{cases} \rightarrow \mu_s F_N = 4g \Leftrightarrow \mu_s = \frac{4,0 \cdot 9,8}{50} = 0,784$ (0,78) (C)

4. **(1,0 val)** O veio giratório de um motor elétrico tem momento de inérica de 2,80 kg.m^2. Se o momento de forças (*torque*) das forças eletromagnéticas que o põem a funcionar for aproximadamente constante e de valor 6,40 N.m, qual será a velocidade angular do veio após 0,300 s de ser ligado? Assuma que o veio parte do repouso.

$\tau = \alpha I \rightarrow \alpha = \tau / I = \frac{6,40}{2,80} = 2,286$ rad/s² // $\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 2,286 \cdot 0,300 = 0,686$ rad/s

A. 3,06 rad/s **B.** 2,54 rad/s **C.** 2,13 rad/s **D.** 1,79 rad/s **E.** 1,23 rad/s **F.** 0,686 rad/s (F)

5. **(1,0 val)** Duas forças horizontais e de sentidos opostos atuam sobre um caixote de 3,2 kg inicialmente em repouso: uma força de tração, de intensidade 18 N, e outra de atrito cinético, de intensidade 13 N. O caixote desloca-se 2,0 m sob ação destas duas forças. Com que rapidez atinge os 2,0 m?

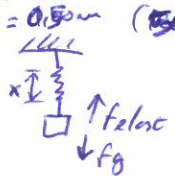


A. 10 m/s **B.** 8,2 m/s **C.** 7,1 m/s **D.** 5,4 m/s **E.** 3,7 m/s **F.** 2,5 m/s

$W_{tot} = \Delta E_c \rightarrow W_F + W_{fk} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \Leftrightarrow 18 \cdot 2 - 13 \cdot 2 = \frac{1}{2} 3,2 \cdot v_f^2 \Leftrightarrow v_f = \sqrt{\frac{2 \times 10}{3,2}} = 2,5$ m/s (F)

6. **(1,0 val)** Uma massa de 3,0 kg é dependurada de uma mola de constante elástica 59 N/m. Qual será o elongamento da mola no equilíbrio?

$F_{elast} = F_g \rightarrow kx = mg \Leftrightarrow x = \frac{mg}{k} = \frac{3 \cdot 9,8}{59} = 0,50$ m (50 cm) (A)



A. 100 cm **B.** 82 cm **C.** 50 cm **D.** 41 cm **E.** 32 cm **F.** 18 cm

7. **(1,0 val)** Numa colisão inelástica, são conservados:

A. Ambos o momento linear p e a energia cinética E_c.
B. Ambos o momento linear p e a energia cinética E_c, mas apenas se a colisão for a 1 dimensão.
C. Não é possível responder sem saber os dados específicos do problema.
D. Nem o momento linear p, nem a energia cinética E_c.
E. Apenas a energia cinética E_c, não o momento linear p.
F. Apenas o momento linear p, não a energia cinética E_c.

8. **(1,0 val)** Um automóvel acelera sob uma força de tração dada de módulo $F = k(1 - e^{-at})$ e arrasto do ar proporcional ao quadrado da velocidade. Qual das equações diferenciais abaixo pode exprimir a velocidade do automóvel, assumindo que este se desloca no sentido +x?

A. $m\frac{dv}{dt} = k(1 - e^{-at}) + bv^2$ **B.** $m\frac{dv}{dt} = -k(1 - e^{-at}) + bv^2$ **C.** $m\frac{dv}{dt} = -k(1 - e^{-at}) - bv^2$

D. $m\frac{dv}{dt} = k(1 - e^{-at}) + v^2$ **E.** $\frac{dv}{dt} = \frac{k}{m}(1 - e^{-at}) - bv^2$ **F.** $\frac{dv}{dt} = -k(1 - e^{-at}) + \frac{b}{m}v^2$

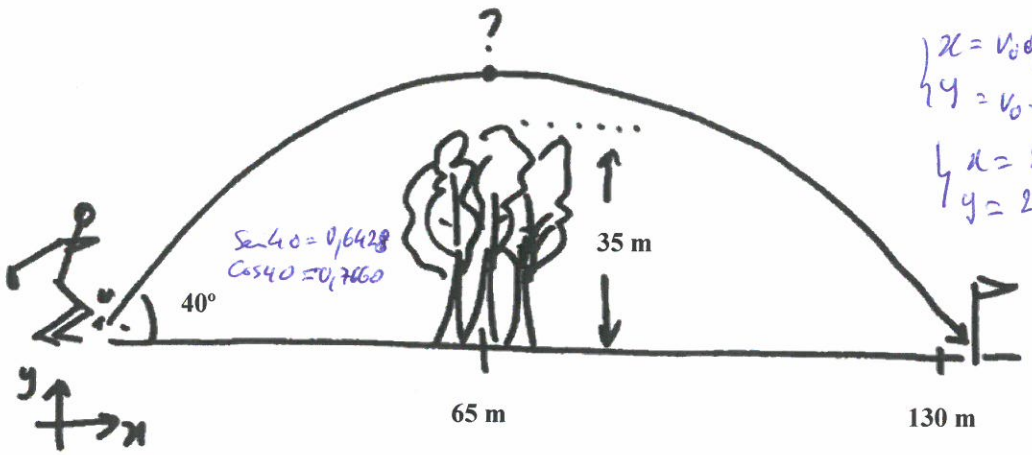
$\Sigma F = ma \rightarrow m\frac{dv}{dt} = +k(1 - e^{-at}) - bv^2$ (E)

$\leftarrow v \rightarrow F_T$ (+x)

$f_A = bv^2$ (-x)

PARTE II

1. (Total: 4,0 val) Um jogador de golfe executa o seu *swing* com ângulo 40º, de forma a atingir um alcance de cerca de 130 m de alcance. A meio do percurso da bola (65 m) estão algumas árvores de altura 35 m (c.f. figura). Desprezando a resistência do ar,



$\begin{cases} x = v_0 \cos 40\, t \\ y = v_0 \cdot 0{,}6428\, t - 4{,}9 t^2 \end{cases}$ (SI)

$\begin{cases} x = 27{,}58 t & (1) \\ y = 23{,}14 t - 4{,}9 t^2 & (2) \end{cases}$

$\sin 40 = 0{,}6428$
$\cos 40 = 0{,}7660$

$R = \frac{v_0^2}{g} (\sin 2\theta)$

a. **(1,3 val)** Prove que a rapidez com que a bola de golfe foi lançada é de 36 m/s. $v_0 = \sqrt{\frac{130 \cdot 9{,}8}{\sin 80}} = 36$ m/s

b. **(1,3 val)** Calcule o tempo de voo da bola. $y = 0 \rightarrow t = 0$ ou $t = \frac{23{,}14}{4{,}9} = 4{,}722$ s (4,7 s)

c. **(1,4 val)** Conseguirá a bola passar por cima das árvores? Justifique com os cálculos necessários.

"passar por cima" = $y > 35$ m para $x = 65$ m ? S/N?

$x = 65$ m $\rightarrow 65 = 27{,}58 t \Leftrightarrow t = 2{,}357$ s

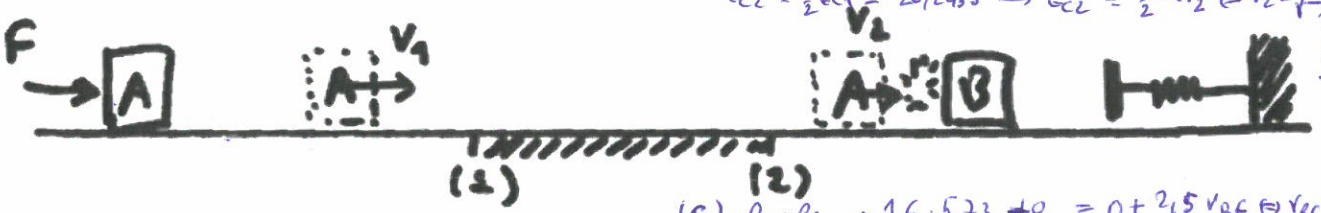
$y(t = 2{,}357) = 23{,}14 \cdot (2{,}357) - 4{,}9 \cdot (2{,}357)^2 = 27{,}32$ m (< 35 m) NÃO

2. (Total: 4,0 val) Uma força constante de 4,80 N atua durante 2,70 s sobre uma massa A de 1,60 kg, inicialmente em repouso. A massa desliza 3,20 m sobre uma superfície com atrito, perdendo metade da sua energia cinética. Embate depois com uma massa B de 2,50 kg, imobilizando-se imediatamente após a colisão. A massa B, inicialmente em repouso, ganha rapidez na colisão, indo de encontro a uma mola que comprime 21,0 cm até imobilizar B. Calcule:

(a) $I = F\Delta t$; $I = \Delta p \Leftrightarrow 4{,}80 \cdot 2{,}70 = 1{,}60 \cdot (v_1 - 0)$ ($m\Delta v$) $\Leftrightarrow v_1 = 8{,}1$ m/s

(b) $E_{c1} = \frac{1}{2} 1{,}60 \cdot 8{,}1^2 = 52{,}49$ J

$E_{c2} = \frac{1}{2} E_{c1} = 26{,}245$ J $\rightarrow E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2 \Leftrightarrow v_2 = \sqrt{\frac{52{,}49}{1{,}6}} = 5{,}73$ m/s



(c) $p_i = p_f$ (conserv. $\vec{p}$) $\rightarrow \underbrace{1{,}6 \cdot 5{,}73}_{p_{1i}} + \underbrace{0}_{p_{2i}} = \underbrace{0}_{p_{1f}} + \underbrace{2{,}5\, v_{Bf}}_{p_{2f}} \Leftrightarrow v_{Bf} = 3{,}67$ m/s

a. **(1,0 val)** A rapidez que a massa A adquire após os 2,70 s em que a força atua.

b. **(1,0 val)** A rapidez com que a massa A sai da zona com atrito. *(Se não conseguiu resolver a alínea anterior, assuma que a massa entra na zona de atrito a 10,0 m/s.)*

c. **(1,0 val)** A rapidez de B imediatamente após o choque. *(Se não conseguiu resolver a(s) alínea(s) anterior(es), assuma que a massa A embate com a massa B a 6,00 m/s.)*

d. **(1,0 val)** A constante elástica da mola.

(d) $3{,}67$ m/s $\rightarrow$ B

Chegada à mola: $E_m = E_{cB} + 0$

$\frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} K x^2$

Compressão máx: $E_M = 0 + E_{pelast}$

(Sist. conservativo $\Delta E_m = 0$)

$K = \frac{m_B v_B^2}{x^2} = \frac{2{,}5 \cdot 3{,}67^2}{0{,}21^2} = 764$ N/m

3. (Max: 4,0 val) Um corpo de 3,00 kg de massa e que se desloca inicialmente a uma velocidade de 1,00 m/s no sentido $+x$, sofre subitamente a influência de uma força dependente da velocidade e do tempo, cuja forma forma é, no SI,

$$F(t,v) = \frac{4{,}00}{1+t^2} - 2{,}50v$$

onde v se refere à componente da velocidade segundo x e t é medido a partir do momento em que a força se faz sentir. A força age durante 2,00 s sobre o corpo, após o que cessa a sua atuação. Calcule a velocidade do corpo após a atuação do corpo.

Para tal recorde a 2ª lei de Newton para uma só força, escrita como função da velocidade $F = m\frac{dv}{dt}$ e integre esta equação diferencial pelo método de Euler **(3,0 val)** ou Heun **(4,0 val)** com **passo de 0,5 segundos**. Apresente os resultados numa tabela como a abaixo. Se usar o método de Euler, não preencha a coluna k_2.

t (s)	v (m/s)	k_1	k_2
0	1,00	0,50	0,025
0,5	1,13125	0,12395833	−0,327691
1,0	1,08031684	−0,2335974	−0,3926754
1,5	0,92374865	−0,3595341	−0,3533180
2,0	0,74553562	N/A	N/A

FIM