



## ÁLGEBRA LINEAR II | 21003

### Período de Realização

Decorre de 24 a 31 de março de 2020.

### Data de Limite de Entrega

31 de março de 2020, até às 10h00m da manhã de Portugal Continental.

### Temas

Temas relativos ao Tópico 1 do programa: valores e vectores próprios.

### Objetivos

Ser capaz de resolver problemas e manipular os conceitos relativos a valores e vectores próprios, nomeadamente:

- propriedades dos valores e vectores próprios,
- diagonalização,
- Teorema de Cayley-Hamilton,
- forma canónica de Jordan.

### Recursos

Podem ser utilizados todos os recursos da unidade curricular. Recursos externos podem também ser utilizados, referindo explicitamente a fonte. O e-fólio é um trabalho individual.

### **Critérios de avaliação e cotação**

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios:

- rigor formal no uso de fórmulas e de resultados,
- correcção dos cálculos,
- clareza e coerência na resolução dos problemas,
- adequada justificação das respostas (em cada questão há sempre uma parte da cotação atribuída à justificação das respostas).

O e-fólio A está cotado para 3 valores, segundo a distribuição:

|         |     |     |     |        |
|---------|-----|-----|-----|--------|
| alínea  | 1   | 2   | 3   | total  |
| cotação | 0,3 | 1,2 | 1,5 | 3 val. |

### **Normas a respeitar**

Deve redigir o seu E-fólio a partir da Folha de Resolução disponibilizada em anexo ao e-fólio e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 12 páginas A4. A resolução pode ser manuscrita desde que de uma forma clara e totalmente legível.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA. Preferencialmente em formato PDF.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Eliana Pinho

### Enunciado dos exercícios a resolver

1. Mostre que para quaisquer matrizes  $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$  as matrizes  $AB$  e  $BA$  têm os mesmos valores próprios.

2. Seja  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  o endomorfismo

$$f(x, y, z) = (-2x - 2y + z, x + y - z, -z).$$

- Determine a matriz  $M$  que representa o endomorfismo  $f$  com respeito à base canónica de  $\mathbb{R}^3$ .
- Mostre que a matriz  $M$  é diagonalizável e determine a matriz diagonal  $D$  e a matriz invertível  $P$  tal que  $D = P^{-1}MP$ .
- Calcule  $M^6$  recorrendo à diagonalização indicada na alínea anterior.

3. Considere a seguinte matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

- Determine os valores próprios de  $A$ , bem como as suas multiplicidades algébricas e geométricas.
- Suponha que não conhece a matriz  $A$  e apenas tem acesso aos resultados da alínea a). Indique todas as possíveis formas canónicas de Jordan com base nesses resultados.
- Determine  $J$ , a forma canónica de Jordan da matriz  $A$ .
- Determine a matriz invertível  $Q$  tal que  $J = Q^{-1}AQ$ .

FIM