



# Análise Infinitesimal | 21175

## Período de Realização

Decorre de 6 a 16 de novembro de 2020

## Data de Limite de Entrega

16 de novembro de 2020, até às 23h55m de Portugal Continental

## Tema

Limites e continuidade

## Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de limite e de continuidade de uma função.

## Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

## Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

- P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)
- Definição formal de limite - apresentada na ficha de exercícios sobre Limites (disponível na plataforma)

## Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma

1. Questão 1= 1.2 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
  - (a) 0.4 valores
  - (b) 0.4 valores
  - (c) 0.4 valores
  
2. Questão 2= 1.2 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
  - (a) 0.5
  - (b) 0.5
  - (c) 0.2
  
3. Questão 3= 0.55 valores
  
4. Questão 4= 0.55 valores
  
5. Questão 5= 0.5 valores

Total: 4.0 valores

### **Normas a respeitar**

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica.

O cálculo dos limites que constam desta prova, apenas proderá ser efectuado usando resultados descritos ou usados nos primeiros seis capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*). Em particular, não poderão usar a regra de Cauchy, para o levantamento de indeterminações.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Pedro Antunes

1. Considere a seguinte função

$$f(x) = \log(x + 1) - 1.$$

- (a) **[0.4 val.]** Indique o domínio e contradomínio da função  $f$ .
- (b) **[0.4 val.]** Esboce o gráfico de  $f$ .
- (c) **[0.4 val.]** Caracterize a função inversa de  $f$ .

2. Considere a seguinte função

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x^3 e^{2x}}{x^4 + 3}, & x < 1 \\ \frac{3x^2 + \cos(3x + 1)}{x^2 + 2}, & x \geq 1. \end{cases}$$

- (a) **[0.5 val.]** Estude a continuidade da função  $f$  no seu domínio.
- (b) **[0.5 val.]** Calcule  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (c) **[0.2 val.]** Calcule a taxa de variação média de  $f$  no intervalo  $[0, 2]$ .

3. **[0.55 val.]** Prove por definição formal de limite que

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \sin(x^2 + 2x) + 2) = 2.$$

4. **[0.55 val.]** Calcule

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x^2 - 7x - 4}{x^3 + x^2 - x - 1}.$$

5. **[0.5 val.]** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua em  $\mathbb{R}$  e vamos designar por  $D'_f$  o contradomínio de  $f$ . Sabendo que

$$\{3, -4\} \subset D'_f$$

indique, justificando, qual o valor lógico da seguinte proposição:

"A equação  $f(x) = 0$  tem pelo menos uma raiz real".

FIM