UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

p-Fólio - Resolução

U.C. 21157
Cálculo para Informática

13 de julho de 2018

1. (a) Temos

$$\int \left(\cos(\pi x) + e^x + 5(x+1)x\right) dx = \int \left(\cos(\pi x) + e^x + 5x^2 + 5x\right) dx =$$

$$\frac{\sin(\pi x)}{\pi} + e^x + \frac{5x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + C,\ C \in \mathbb{R}.$$

(b) Fazendo integração por partes, temos

$$\int e^x \sin(x) dx = e^x \sin(x) - \int e^x \cos(x) dx.$$

Também por integração por partes se obtém

$$\int e^x \cos(x) dx = e^x \cos(x) + \int e^x \sin(x) dx.$$

Então

$$\int e^x \sin(x) dx = e^x \sin(x) - \left(e^x \cos(x) + \int e^x \sin(x) dx\right) =$$

$$e^x \sin(x) - e^x \cos(x) - \int e^x \sin(x) dx.$$

Logo

$$2\int e^x \sin(x) dx = e^x \sin(x) - e^x \cos(x),$$

pelo que

$$\int e^x \sin(x) dx = \frac{e^x \sin(x) - e^x \cos(x)}{2} + C,\ C \in \mathbb{R}.$$

2. Temos

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{1} f(x)dx = \int_{-1}^{0} \left(x^2 + \sin(3x)\right) dx + \int_{0}^{1} \left(e^x + 4x^2\right) dx =$$

$$\left[\frac{x^3}{3} + \frac{-\cos(3x)}{3}\right]_{-1}^{0} + \left[e^x + \frac{4x^3}{3}\right]_{0}^{1} =$$

$$-\frac{1}{3} - \left(\frac{(-1)^3}{3} + \frac{-\cos(-3)}{3}\right) + e + \frac{4}{3} - 1 =$$

$$\frac{\cos(3)}{3} + e + \frac{1}{3}$$

3. Temos
$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{-a}^{0} f(x)dx + \int_{0}^{a} f(x)dx$$
Fazendo a substituição $t = -x$ no primeiro integral, temos
$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = \int_{a}^{0} \left(-f(-t)\right) dt = \int_{0}^{a} f(-t)dt.$$
Como a função f é ímpar, então
$$f(x) = -f(-x),\ \forall x \geq 0,$$
pelo que
$$\int_{-a}^{a} f(x)dx = \int_{0}^{a} f(-t)dt + \int_{0}^{a} f(x)dx = -\int_{0}^{a} f(t)dt + \int_{0}^{a} f(x)dx = 0.$$

FIM