e-Fólio B

Elementos de Probabilidades e Estatística (21037)

O e-fólio A decorre de 14 a 22 de maio de 2017

Para a resolução do e-Fólio B recomenda-se que:

- Na primeira página do documento com a resolução do e-fólio, o estudante deverá colocar o seu **nome completo**, **nº de estudante UAb**, o **nº identificação civil**, e a turma em que está inscrito nesta unidade curricular. Nas restantes páginas deve constar o nº de estudante.
- **Os e-fólios que não estejam devidamente identificados não serão avaliados**.
- Responda às questões no menor número possível de páginas A4. que devem estar numeradas.
- Tenha em atenção que a capacidade máxima para o tamanho do ficheiro a carregar é de 8 MB.
- O nome do ficheiro a submeter deve conter o número de estudante UAb. Por exemplo: 21037_**efolioB**_nºestudante.pdf.
- **Utilize uma letra legível** no caso de resolução manuscrita.
- Submeta o e-Fólio em formato PDF no dispositivo próprio até às 23h55 do último dia do prazo, hora do servidor (hora de Portugal Continental, usual). Evite entregar próximo da hora limite, previna as situações anómalas ou a sobrecarga da plataforma Moodle.
- Sempre que não conseguir resolver uma alínea pode atribuir valores iniciais, se for necessário para resolver uma alínea posterior. Indique os pressupostos que assume para resolver uma questão, sempre que necessário.

Critérios de Avaliação e Cotação

- Na avaliação das respostas será tido em conta: a clareza e objetividade, a correção científica das respostas, o rigor da linguagem matemática/estatística que é utilizada, a evidência de pesquisa, as justificações dos cálculos e a interpretação dos resultados no contexto do problema.
- A cotação do e-Fólio A é de **4 valores**, assim distribuídos:

  Questão 1 – 2.6 valores   Questão 2 – 1.4 valores

- O e-**Fólio A** é um teste de realização **Totalmente Individual**. O e-fólio submetido pelo estudante **foi realizado sob compromisso de honra de ser o seu único autor**, seguindo os princípios éticos. A suspeita fundamentada de fraude é motivo de **anulação imediata** do mesmo. Para mais esclarecimentos, pode aceder AQUI ao regulamento disciplinar e ao código de ética do estudante da UAb.

Questão 1 (2.6 val)

Considere o quadro seguinte relativo à função de probabilidade conjunta do par aleatório discreto (X,Y).

Y \ X →	1	3	5
1	0,13		
2		0,1	
4			0,08

Sabe-se que: $P(X=1)=0{,}4$; $P(Y>2)=0{,}26$; $P(Y<4|X=3)=0{,}18$; $P(X>3,Y=1)=3P(X=1,Y>2)$ e ainda que a soma das probabilidades da diagonal secundária (células sombreadas a azul) é igual a 0,34.

a) **(0.6 v)** Obtenha o quadro completo da função de probabilidade conjunta de X e Y e das respetivas funções de probabilidade marginais, justificando.

b) **(0.6 v)** Calcule o valor esperado e variância de Y, quando ocorre a mediana de X. Justifique.

c) **(0.7 v)** Estude a independência entre as variáveis X e Y, recorrendo aos conceitos e propriedades que conhece, e que ajudam a concluir da forma mais completa possível. Justifique.

d) **(0.7 v)** Suponha que a tarefa de completar a tabela conforme pedido em **a)** é a primeira fase de um jogo de computador da caráter didático. Passada a primeira fase, o jogador pode obter créditos suplementares antes de passar à 2ª fase, realizando uma experiência aleatória. Esta experiência tem um risco, pois o jogador pode acumular pontos negativos. Os créditos suplementares resultam da escolha aleatória de uma combinação de X e Y (do quadro) sendo que o total de créditos atribuídos é dado pela fórmula: $C = Y \times Y - \left(X + \frac{Y}{2}\right)$.
Considere um campeonato escolar que integra este jogo e ao qual concorreu um número muito elevado de alunos finalistas do Ensino Secundário. Calcule a probabilidade de, em 10 alunos que realizarem a prova suplementar, menos de metade obter créditos negativos. Assuma os pressupostos que entender necessários para a resolução da questão e justifique os resultados.

Questão 2 (1.4 val)

a) **(1 v)** A distribuição de Poisson pode ser utilizada para calcular probabilidades de uma variável aleatória com distribuição binomial, sob certas condições. Enuncie a aproximação da lei P(λ) de uma variável aleatória com distribuição Binomial (*n*, *p*) e utilize-a para determinar a probabilidade de, num ano escolar, o número total de alunos de uma licenciatura a frequentar o programa ERASMUS ser superior a 5 alunos sabendo que:

- no 1º semestre o número de alunos em ERASMUS é bem modelado por uma distribuição Binomial em que $X_1 \sim B(n=1500, p=0{,}002)$
- no 2º semestre o número de alunos (X_2) em ERASMUS é modelado por uma lei Poisson, P(λ) em que $P(X_2=1) = P(X_2=2)$.

Assuma os pressupostos que entender necessários para a resolução da questão e justifique os resultados.

b) **(0.4 v)** Utilize a expressão da função geradora de momentos e as propriedades que conhece para determinar $E[2X-1]$, sendo X uma variável Poisson, P(λ).

FIM do enunciado do e-fólio

Bom trabalho!