UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Educação e Ciência

U.C. 21043

ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL

16 de junho de 2017

-- INSTRUÇÕES –

Leia com atenção antes de iniciar a sua prova

- Verifique se o enunciado desta prova possui, para além da folha de rosto, mais 3 páginas, numeradas de 1 a 3.
- A prova é constituída por **7 grupos de questões** e termina com a palavra FIM.
- Caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite após este período.
- Deverá responder a todas as questões na folha de ponto, preencher todos os cabeçalhos e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objetos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- Utilize unicamente tinta de cor azul ou preta.
- Nas questões que envolvam cálculos ou demonstrações o estudante deve explicitar todos os passos necessários à compreensão do seu raciocínio.
- <u>Não é permitido</u> o uso de máquina de calcular.
- Mesmo quando não sugerido, e sempre que entenda conveniente, use comandos do R nas resoluções que apresentar.
- Os grupos de questões terão as seguintes cotações:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
3 val.	3 val.	3 val.	3 val.	3 val.	3 val.	2 val.

Duração da prova: 2 horas + 30 minutos de tolerância.

1. Considere a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória X, dada por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Explicite como obteria no programa R:

a) *f(0)*

b) *F(1)* , onde *F* representa a função distribuição acumulada.

c) 100 valores aleatórios da distribuição de X.

d) A média, a variância e a mediana dos valores obtidos na alínea anterior.

2. Considere uma variável aleatória X e a função:

$$f(x) = 4x^3, \quad 0 < x < 1$$

a) Mostre que *f(x)* é uma função densidade de probabilidade.

b) Proceda à geração de 1000 valores da variável X. Use o método da inversão, e construa o código em R que utilizaría.

c) Apresente um código em R que permita obter uma representa gráfica adequada dos valores simulados.

3. Considere a variável aleatória X com a seguinte função massa de probabilidade:

x	0	1	2	3	4	5
p(x)	0.1	0.1	0.2	0.3	0.1	0.2

Apresente códigos em R que permitam responder às seguintes questões:

a) Usar um método adequado para gerar uma amostra de tamanho 10000 da distribuição de X.

b) Construir uma tabela de frequências dos resultados obtidos e comparar os quantis empíricos com os quantis teóricos da distribuição.

4. **a)** Use um código em R que permita obter uma estimativa de Monte Carlo do integral:

$$A = \int_0^{\pi/4} \cos t \, dt$$

b) Indique como poderia comparar o valor estimado com o valor exato do integral.

5. Considere a amostra aleatória $X_1, ..., X_{25}$ retirada de uma população com distribuição normal $N(\mu, \sigma^2)$. Apresente um código em R que lhe permita para um certo número (m) de réplicas:

a) Testar as hipóteses:

$H_0 : \mu = 300$ versus $H_1 : \mu > 300$

considerando o nível de significância $\alpha = 1\%$ e $\sigma = 30$.

b) Usando o método de Monte Carlo, estimar o limite superior do intervalo de confiança para σ^2, considerando $\alpha = 1\%$ e $\sigma = 3$.

6. Considere o seguinte código implementado em R:

```
r<-function(x,i){
   cor(x[i,1],x[i,2])
}
library(boot)
obj<-boot(data=dados,statistic=r, R=2000)
ojb
```

e o output obtido:

```
ORDINARY NONPARAMETRIC BOOTSTRAP

Call:boot(data=dados, statistic=r, R=2000)
Bootstrap Statistics:

      original          bias           std.error
t1*   0.7763745      -0.004795305      0.1303343
```

a) Interprete os resultados obtidos.

b) Explique em que consiste a técnica Jackknife após Bootstrap.

7. Suponha que numa análise de regressão linear realizada no R, foi considerado o seguinte modelo:

```
modelo<-lm(despesa~poupanca)
```

e através da função summary obteve-se o seguinte output:

```
summary(modelo)
Coefficients:
               Estimate   Std Error    t value     Pr(>|t|)
(Intercept)   11.7556      1.0408       11.295    9.54e-06
(poupanca)    -1.2167      0.2186       -5.565    0.000846

Residual Standard error: 1.693  7 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.8157 on 1 and 7 DF, p-value:
0.0008461
```

Por outro lado, foi realizada ainda uma análise de variância:

```
Summary.aov(modelo)
            Df    SumSq    MeanSq    Fvalue    Pr(>F)
poupanca    1    88.817   88.817    30.974    0.000846
Residuals   7   20.072   2.867
```

Interprete os resultados dos outputs.

FIM