

Nome:

B. I.: N° de Estudante:

Curso: Turma:

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: Ano Lectivo: 2013/14

Docente: Maria João Oliveira Classificação:

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio A, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 7 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “e-Fólio A” até ao dia 13 de Abril.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.	7
0.7 val.	1.2 val.	0.4 val.	0.8 val.

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Entre 100 estudantes das Licenciaturas em Informática e em Matemática e Aplicações, 43 estão inscritos em Matemática Finita, 52 estão inscritos em Elementos de Probabilidades e Estatística e 30 não estão inscritos, nem em Matemática Finita, nem em Elementos de Probabilidades e Estatística.¹ Quantos estudantes estão inscritos, simultaneamente, em Matemática Finita e em Elementos de Probabilidades e Estatística?

a) 95

c) 70

b) 25

d) Nenhum dos valores anteriores

2. Dadas duas funções f e g tais que a função composta $g \circ f$ é sobrejectiva, relativamente à função g podemos afirmar:

a) A função g é sobrejectiva

b) A função g é sobrejectiva se f for sobrejectiva

c) A função g nunca pode ser sobrejectiva

d) O problema, como colocado, não é conclusivo

3. Relativamente à afirmação

$$4^{2n} - 1, n \geq 1 \text{ é um múltiplo de } 15$$

podemos afirmar:

a) A afirmação é em geral falsa

b) $4^{2n} - 1, n \geq 1$ é um múltiplo de 3, mas só é um múltiplo de 5 dependendo do valor de $n \geq 1$

c) $4^{2n} - 1, n \geq 1$ é um múltiplo de 5, mas só é um múltiplo de 3 dependendo do valor de $n \geq 1$

d) $4^{2n} - 1, n \geq 1$ é um múltiplo de 15

¹Os números indicados são fictícios.

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Considere a seguinte propriedade $P(n)$:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{8}(2n+1)^2.$$

4.1. Mostre que

$$\forall n (P(n) \implies P(n+1)).$$

4.2. Diga, justificando, se é verdadeira ou falsa a afirmação seguinte:

$$\forall n \geq 1, P(n).$$

5.

5.1. Mostre que

$$\frac{1}{6}((n+2)^3 - n^3) = n^2.$$

5.2. Por recurso à alínea anterior prove que

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{1}{3}n \left(n + \frac{1}{2}\right) (n+1).$$

5.3. Dado

$$S = \{(a, b, c) : a, b, c \in [100], a < b, a < c\},$$

determine o número de elementos do conjunto S .

6. Por recurso ao **método de indução matemática** mostre que

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k = 3^n.$$

7. Considere um número natural $n \geq 2$.

7.1. Prove que

$$\sum_{k=1}^n k^2(k-1) \binom{n}{k}^2 = n^2(n-1) \binom{2n-3}{n-2}.$$

7.2. Por recurso à alínea anterior, determine o valor da soma

$$\sum_{j=1}^n \frac{1}{(j-1)!(j-2)!((n-j)!)^2}.$$

FIM