



## Matemática Finita | 21082

### Período de Realização

Decorre de 1 a 11 de abril de 2022

### Data de Limite de Entrega

11 de abril de 2022, até às 23h59 de Portugal Continental

### Tema

Combinatória Enumerativa

### CrITÉrios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Com exceção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
3. Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorreta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C		0	1	2	3
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

<b>4.</b>	<b>5.</b>
<b>1.6 val.</b>	<b>1.5 val.</b>

### **Normas a respeitar**

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 6 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira, Ana Nunes e Gil Bernardes

## Enunciado

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas.

### 1. Dados

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}, \quad g(x) = x + 1$$

e a igualdade  $f(x) = g(x)$ , sobre as funções  $f$  e  $g$  podemos afirmar:

- A) As funções  $f$  e  $g$  são iguais
  - B) Apenas as expressões de  $f$  e de  $g$  são iguais
  - C) Os dados não permitem concluir se  $f$  e  $g$  são, ou não, iguais
  - D) As funções  $f$  e  $g$  não são iguais
2. Dadas duas funções  $f$  e  $g$  tais que a função composta  $g \circ f$  é injetiva, relativamente à função  $f$  podemos afirmar:
- A) A função  $f$  é injetiva
  - B) A função  $f$  só é injetiva se  $g$  também for injetiva
  - C) A função  $f$  nunca pode ser injetiva
  - D) O problema, tal como colocado, não é conclusivo

### 3. Considere o conjunto

$$\mathbb{Q} + i\mathbb{Q} = \{p + iq : p, q \in \mathbb{Q}\}$$

e o subconjunto  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} + i\mathbb{Q}$ . Relativamente a estes dois conjuntos,  $\mathbb{Z}$  e  $\mathbb{Q} + i\mathbb{Q}$ , podemos afirmar:

- A) Ambos os conjuntos são enumeráveis
- B) O conjunto  $\mathbb{Z}$  é numerável, mas  $\mathbb{Q} + i\mathbb{Q}$  não é numerável
- C) O conjunto  $\mathbb{Z}$  é numerável, mas  $\mathbb{Q} + i\mathbb{Q}$  não é enumerável
- D) Ambos os conjuntos são numeráveis, mas nenhum é enumerável

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar.

4. Considere todos os números entre 20000 e 70000. De modo eficiente determine:

4.1. Quantos destes números são pares e sem algarismos repetidos.

4.2. Entre todos os números entre 20000 e 70000, incluindo os números 20000 e 70000, em quantos cada um dos algarismos 1, 2, 3 aparece pelo menos uma vez?

5. Para  $m, n \in \mathbb{N}$ , considere a soma

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} k^m.$$

5.1. Por recurso ao método de indução matemática mostre que para quaisquer números naturais  $0 \leq m < n$  tem-se

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} k^m = 0.$$

5.2. Determine o valor da soma

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (\sqrt{2} + k)^{n-1}, \quad n \geq 1.$$

FIM