E-fólio A | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa

A preencher pelo estudante

NOME: Yrma Marina Vianez Martins

N.º DE ESTUDANTE: 2300212

CURSO: Engenharia Informática

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1.a) Primeiramente vou calcular o deslocamento que ocorre em cada espaço de tempo e somar pois $x_{final} = x_0 + \Delta x_I + \Delta x_{II} + \Delta x_{III} + \Delta x_{IV}$:

- Pelo enunciado sei que o objeto A inicia o movimento em x_0=10m.
- De t=0 segundos até t=2segundos (I) o objeto A esteve parado pois a velocidade é igual a zero durante esse intervalo, o que significa que o deslocamento foi nulo. $\Delta_{x(I)} = 0$
- Dos 2seg até aos 4seg (II) observo que passou uniformemente de uma velocidade igual a 0 para uma velocidade de 5m/s, caracterizando um movimento uniformemente acelerado. Com estes dados é possível saber o quanto se deslocou nesse intervalo de tempo:

  $\Delta t = 4s - 2s = 2s$; $\Delta v = 5m/s - 0m/s = 5m/s$

  A aceleração(a) é dada por $\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ então: $a_{(II)} = \frac{5}{2} = 2{,}5\mathrm{m/s^2}$

  Aplicando a fórmula do deslocamento com aceleração constante:

  $\Delta_x = V_{\dot{0}} . t + \frac{1}{2}at^2$ em que $v_0 = 0$; $t = 2s; \vec{a} = 2{,}5m\ /\ s^2$

  $$\Delta_{x(II)} = V_{\dot{0}} . t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} . 2{,}5 .\ 2^2 = 5metros$$

- Dos 4 segundos aos 6 segundos (III) a velocidade é constante. Daqui é fácil calcular o deslocamento através da fórmula da velocidade média:

  $v_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta x = v_{média} . \Delta t$ em que $v_{média} = 5m/s$; $\Delta t = 2s$

  $\Delta_{x(III)} = 5m/s\ .\ 2s = 10m$;

- Em t= 6 segundos até t= 7 segundos (IV) observo uma desaceleração uniforme pelo que posso usar novamente a fórmula do movimento uniformemente acelerado em que a velocidade inicia em 5m/s em t= 6 segundos e finaliza em 0m/s em t= 7 segundos

  $\Delta t = 7s - 6s = 1s$; $\Delta v = 0m/s\ - 5m/s = -5m/s$;

  A aceleração no intervalo IV é: $\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} => a_{(IV)} = \frac{-5}{1} = -5\mathrm{m/s^2}$

  Aplicando a fórmula do deslocamento com aceleração constante:

  $\Delta_x = V_{\dot{0}} . t + \frac{1}{2}at^2$ em que $v_0 = 5m/s$; $t = 1s; a = -5\ \mathrm{m}\ /\ s^2$:

$$\Delta_{x(IV)} = V_{\dot{0}} . t + \frac{1}{2}at^2 = 5m/s . 1s + \frac{1}{2}(-5\,\mathrm{m}/s^2)(1s) = 2{,}5metros$$

- $x_{final} = 10 + \Delta x_I + \Delta x_{II} + \Delta x_{III} + \Delta x_{IV} = 10 + 0 + 15 + 10 + 2{,}5 = 27{,}5m$

Então posso concluir que no final dos 7 segundos o objeto A está na posição x= 27,5 metros

Q1.b) A aceleração é definida como a taxa de variação da velocidade em relação ao tempo e é calculada como a derivada da função $v(t)$ ou seja: $\vec{a}(t) = \frac{dv(t)}{dt}$. No caso do gráfico apresentado, $v(t)$ é uma função por partes composta por trechos constantes, o que implica que a aceleração é contante em cada intervalo. Para descrever a aceleração $a(t)$por ramos:

- No intervalo I [0s,2s], a velocidade é constante e igual a 0, portanto:
  $\vec{a}_I = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-0}{2-0} = 0\mathrm{m/s^2}$
- No intervalo II [2s,4s], a velocidade aumenta linearmente de 0m/s para 5,0m/s a aceleração nesse intervalo é, como já calculada na alínea anterior de $\vec{a}_{II} = 2{,}5\mathrm{m}/\mathrm{s}^2$.
- No intervalo III [4s,6s], a velocidade é novamente contante, mas igual a 5,0m/s.
  $$\vec{a}_{III} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5{,}0 - 5{,}0}{6 - 4} = 0\mathrm{m/s^2}$$
- No intervalo IV [6s,7s], a velocidade diminui linearmente de 5,0m/s para 0m/s, e também foi calculada na alínea anterior:
  $a_{(IV)} = -5\mathrm{m/s^2}$

  Assim a função por ramos que descreve a aceleração do objeto A é:

$$\vec{a}(t) = \begin{cases} 0\, m/s^2 \ \ , se\ t \in [0{,}2] \\ 2{,}5\, m/s^2 \ \ , se\ t \in]2{,}4] \\ 0\, m/s^2 \ \ , se\ t \in]4{,}6] \\ -5\, m/s^2 \ \ , se\ t \in]6{,}7] \end{cases}$$

Q1.c) Como irá ocorrer uma colisão entre os objetos A e B, podemos utilizar o princípio de conservação do momento linear. Em qualquer colisão, o momento linear total do sistema permanece constante, independentemente da dissipação de energia mecânica, desde que as forças sejam internas ao sistema. Assim, mesmo que metade da energia mecânica seja transformada em energia interna, a quantidade de movimento antes e depois da colisão é a mesma.

Pelas alíneas anteriores sei que a aceleração no intervalo t [6,7] é de $-5\,m/s^2$. A velocidade de A varia linearmente com o tempo. Usando a equação da velocidade consigo encontrar a velocidade no t=6,5s:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \Leftrightarrow v = 5 + (-5) \cdot (6{,}5 - 6) \Leftrightarrow v = 5 + (-5 \ \cdot 0{,}5) = 2{,}5 m/s$$

- Momento linear (p):

$$p_{antes} = p_{depois} \Leftrightarrow m_A \cdot v_A + \ m_B \cdot v_B = \ m_A \cdot v'_A + \ m_B \cdot v'_B \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 2{,}5 + 3 \ \cdot 0 = 2 \ \cdot v'_A + 3 \cdot v'_B \Leftrightarrow 5 = 2 \ \cdot v'_A + 3 \cdot v'_B \Leftrightarrow v'_B = \frac{5 - 2 \cdot v'_A}{3}$$

- Energia mecânica:

O enunciado diz que metade da Energia mecânica é dissipada então:

$$Energia_{após\ colisão} = \frac{1}{2} Energia_{antes\ colisão}$$

Como o deslocamento é unidimensional em x desconsidero a energia potencial gravítica, e a energia mecânica é igual a energia cinética.

O objeto B está parado, portanto sua Energia cinética é 0. A energia do sistema é então igual a energia cinética de A.

$$Energia_{antes\ colisão} = \frac{1}{2} m_A \ \cdot v_A^2 \Leftrightarrow Energia_{antes\ colisão} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2{,}5)^2 = 6{,}25J$$

$$Energia_{após\ colisão} = \tfrac{1}{2} Energia_{antes\ colisão} \Leftrightarrow Energia_{após\ colisão} = \tfrac{1}{2} \cdot 6{,}25 = 3{,}125J$$

Após a colisão entre A e B, a energia que não foi dissipada é distribuída entre A e B como energia cinética:

$Energia_{após\ colisão} = \frac{1}{2}m_A \cdot v'^2_A + \frac{1}{2}m_B \cdot v'^2_B$, substituindo os valores:

$3{,}125 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot v'^2_A + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot v'^2_B \Leftrightarrow 3{,}125 = v'^2_A + \frac{3}{2} \cdot v'^2_B$.

Tenho agora 2 equações com 2 incógnitas, vou substituir uma na outra:

$$\begin{cases} v'^2_A + \dfrac{3}{2} \cdot v'^2_B = 3{,}125 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v'^2_A + \dfrac{3}{2} \cdot \left(\dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3}\right)^2 = 3{,}125 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v'^2_A + \dfrac{3}{2} \cdot \dfrac{25 - 20v'_A + 4v'^2_A}{9} = 3{,}125 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v'^2_A + \dfrac{1}{6} \cdot (25 - 20v'_A + 4v'^2_A) = 3{,}125 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v'^2_A + \dfrac{25}{6} - \dfrac{20v'_A}{6} + \dfrac{4v'^2_A}{6} = 3{,}125 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\dfrac{5v'^2_A}{3} - \dfrac{10v'_A}{3} + \dfrac{25}{6}\right)(x6) = 3{,}125\ (x6) \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10v'^2_A - 20v'_A + 25 - 18{,}75 = 0 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10v'^2_A - 20v'_A + 6{,}25 = 0 \\ v'_B = \dfrac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} \end{cases}$$

Utilizando agora a fórmula resolvente:

a=10; b=-20; c=6,25

$$v'_A = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \cdot 10 \cdot 6{,}25}}{2 \cdot 10} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 250}}{20} = \frac{20 \pm \sqrt{150}}{20} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{20 + 12{,}247}{20} = 1{,}612 m/s \\ \dfrac{20 - 12{,}247}{20} = 0{,}387 m/s \end{cases}$$

Substituindo no outro termo tenho:

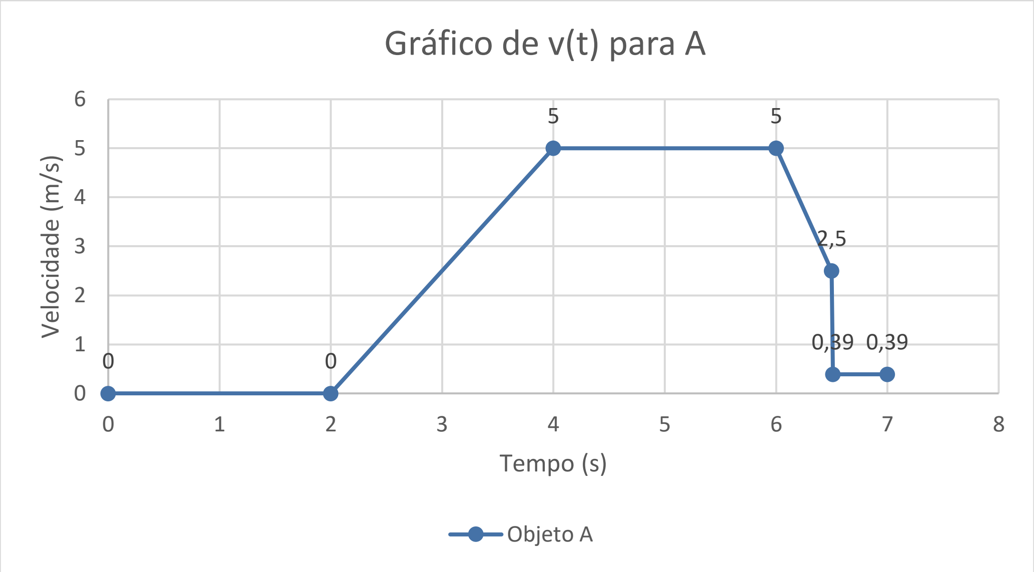
$$v'_B = \frac{5 - 2 \cdot v'_A}{3} = \begin{cases} \dfrac{5 - 2 \cdot 1{,}612}{3} = 0{,}592 m/s \\ \dfrac{5 - 2 \cdot 0{,}387}{3} = 1{,}409 m/s \end{cases}$$

Ambas as soluções são matematicamente válidas, mas fisicamente faz mais sentido o caso em que $v'_B > v'_A$ pois indica que B, estando inicialmente parado, ganha mais velocidade devido ao impacto com A, pois A transfere parte significativa de sua energia para B. Então:

$v'_B \approx 1{,}41 m/s$; $v'_A \approx \ 0{,}39 m/s$

As velocidades calculadas correspondem ao instante imediatamente após a colisão (t=6,5s). Como não há outras forças ou alterações mencionadas no intervalo t=]6,5;7] assumi que essas velocidades permanecem constantes até t=7,0 s.

Representação gráfica da velocidade em função do tempo para A e B:



Q2.a) Para determinar o sentido da força elástica necessito descobrir se a mola está comprimida ou estendida, e para isso analisar o equilíbrio do sistema. Como o sistema está estático, a soma das forças em cada eixo deve ser zero. Assim, posso aplicar a segunda lei de newton individualmente para cada bloco

- Bloco B: massa= 3,0kg
  Sobre este bloco apenas atuam 2 forças, a força da gravidade que atua para baixo e a força de tensão contrária a força gravítica com o mesmo valor pois o bloco está estático. Então:
  $\vec{F}_{g_B} = m_B \cdot g = 3 \cdot -9{,}8 = -29{,}4N$ o que implica que $\vec{F}_{tensão} = 29{,}4N$
- Bloco A. (Adotei o plano cartesiano sugerido na figura do enunciado, paralelo ao plano e com o x invertido):
  massa (A) =4,0kg
  Como quero saber qual a força elástica e se esta é positiva ou negativa, apenas me interessam as forças que atuam no eixo x.
  $\vec{F}_{g_A} = m_A \cdot g = 4 \cdot -9{,}8 = -39{,}2N$
  $\vec{F}_{g_A x} = \vec{F}_{g_A} \cdot \sin(30^0) = -39{,}2 \cdot \frac{1}{2} = -19{,}6N$

Como o sistema está em equilíbrio, as forças ao longo do eixo x no bloco A devem equilibrar a força elástica da mola e a força gravítica, o que implica que a força resultante é zero. Assim:

$\vec{F}_{resultante(x)} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{elástica} + \vec{F}_{gAx} + \vec{F}_{Tensão} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{elástica} = -\vec{F}_{Tensão} - \vec{F}_{gAx}$; substituindo:

$\vec{F}_{elástica} = -29{,}4 - (-19{,}6) = -9{,}8N.$

A força de gravidade do bloco A não é suficiente para contrariar a força de tensão exercida pelo bloco B, e, portanto, a mola está estendida e deslocada 7 cm para esquerda paralelamente ao plano onde se encontra o bloco A. A força elástica aponta para a direita, no sentido de restaurar a mola à sua posição de equilíbrio, uma vez que está esticada. Isso ocorre porque, de acordo com a Lei de Hooke, a força elástica é sempre contrária ao deslocamento da mola em relação à sua posição de equilíbrio.

Q2.b) Para calcular a constante elástica da mola (k), basta utilizar a Lei de Hooke, que relaciona a força elástica que já calculei na alínea anterior e o deslocamento da mola que é 7cm que equivale a 0,07 metros:

$$\vec{F}_{elástica} = -k \cdot x \Leftrightarrow -9{,}8N = -k \ \cdot 0{,}07 \ \Leftrightarrow -k = \frac{-9{,}8}{0{,}07} = 140N/m$$

A constante elástica da mola é $k = 140N/m$

Q2.c) Para que o equilíbrio se mantenha sabemos que essa força de atrito juntamente com a componente x da força gravítica precisam contrariar a força de tensão.

$$\sum\vec{F}_x = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{atrito} + \vec{F}_{gA(x)} + \vec{F}_{Tensão} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{atrito} = -\vec{F}_{gA(x)} - \vec{F}_{Tensão} \Leftrightarrow$$

$$\vec{F}_{atrito} = -(-19{,}6) - 29{,}4 = 19{,}6 - 29{,}4 = -9{,}8N$$

A força de atrito é calculada usando a fórmula:

$$|\vec{F}_{atrito}| = \mu_s \cdot |\vec{F}_{Normal}|$$

A força normal é igual a componente y da força gravítica que atua sobre o bloco A em relação ao plano inclinado, como o sistema está em equilíbrio:

$$\sum\vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{Normal} + \vec{F}_{gA(y)} = 0 \Leftrightarrow \vec{F}_{Normal} = -\vec{F}_{gA(y)}$$

$\vec{F}_{Normal} = -(\vec{F}_{gA} \ \cdot \cos(30^0)) = -(-39{,}2 \ \cdot \ \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 33{,}948N$; substituindo então na fórmula:

$$|\vec{F}_{atrito}| = \mu_s \cdot |\vec{F}_{Normal}| \ \Leftrightarrow 9{,}8 = \ \mu_s \ \cdot \ 33{,}948 \ \Leftrightarrow \ \mu_s = \frac{9{,}8}{33{,}948} \approx 0{,}289$$

O coeficiente mínimo de atrito estático necessário para manter o sistema em equilíbrio é $\mu_s \approx 0{,}29$

Q2.d) Como o coeficiente de atrito estático é agora de $\mu_s = 0{,}20$ e vimos na alínea anterior que o mínimo para que o sistema se manter em equilíbrio é um coeficiente $\mu_s = 0{,}29$, o sistema começará a movimentar-se. Pelas alíneas anteriores tenho no bloco A:

$\vec{F}_{Normal} \approx 33{,}948N$; $\vec{F}_{g_A x} = -19{,}6N$;$\vec{F}_{g_B} = -29{,}4N$ estes valores mantêm se neste cenário.

Posso então calcular a força de atrito:

$$|\vec{F}_{atrito}| = \mu_k \cdot |\vec{F}_{Normal}| \Leftrightarrow |\vec{F}_{atrito}| = 0{,}20 \cdot 33{,}948 = 6{,}7896N$$

A força de atrito atua para a direita paralelamente ao plano, logo esta é negativa considerando o plano cartesiano escolhido. Então aplicando a segunda lei de Newton:

- Bloco A:

  $$\vec{F}_{resultante\ A(x)} = \vec{F}_{g_A x} + \vec{F}_{Tensão} + \vec{F}_{atrito}$$

  $$\vec{F}_{g_A x} + \vec{F}_{Tensão} + \vec{F}_{atrito} = m_A \cdot a \Leftrightarrow -19{,}6 + \vec{F}_{Tensão} - 6{,}7896 = 4a \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{F}_{Tensão} = 26{,}3896 + 4a$$

- Bloco B:

  $$\vec{F}_{resultante\ B} = \vec{F}_{g_B} + \vec{F}_{Tensão}$$

  Como o bloco B está a deslocar-se para baixo, a aceleração está no sentido oposto ao eixo positivo. Portanto, a aceleração é negativa.

  $$\vec{F}_{Tensão} + \vec{F}_{g_B} = -m_B \cdot a \Leftrightarrow \vec{F}_{Tensão} - 29{,}4 = -3 \cdot a \Leftrightarrow \vec{F}_{Tensão} = 29{,}4 - 3a$$

Como o valor de tensão é igual em ambos os blocos posso igualar as duas expressões e encontrar o valor de a:

$$\vec{F}_{Tensão}(A) = \vec{F}_{Tensão}(B)$$

$$26{,}3896 + 4a = 29{,}4 - 3a \Leftrightarrow 4a + 3a = 29{,}4 - 26{,}3896 \Leftrightarrow 7a = 3{,}0104$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{3{,}0104}{7} = 0{,}43\text{m/s}^2$$

Como os blocos estão conectados por uma corda inextensível, a aceleração tem o mesmo módulo para ambos, mas sentidos opostos devido aos sistemas de coordenadas escolhidos.

Assim, o sistema acelera com 0,43$\mathrm{m/s^2}$, com o bloco A subindo o plano e o bloco B descendo verticalmente.