Elementos de Análise Infinitesimal I | 21030

Período de Realização

Decorre de 28 de outubro a 4 de novembro de 2021

Data de Limite de Entrega

4 de novembro de 2021, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Números, sucessões e séries

Trabalho a desenvolver

Resolução dos dois grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. (1,2 valor) Considere o conjunto

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

1.1 Mostre que $\sup A = 2$.

1.2. Será que existe máximo do conjunto A? Justifique.

2. (1,5 valor) Considere a sucessão (a_n) definida por

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

2.1. Relativamente à subsucessão (a_{2^n}) de (a_n), use o método de indução para provar que

$$a_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

2.2. Averigue se a sucessão (a_n) é convergente. Justifique a sua resposta utilizando a alínea 2.1.

3. (1,3 valor) Seja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{a_n}$$

uma série absolutamente convergente.

3.1. Mostre que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

é absolutamente convergente.

3.2. Caso exista, identifique uma relação de grandeza entre os valores das somas das séries

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{|a_n|}.$$

Justifique a sua resposta.

FIM