

Nome:

CC/BI: N° de Estudante:

Curso: Turma:

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: Ano Lectivo: 2016/17

Docente: Maria João Oliveira Classificação:

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio B, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 7 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “E-fólio B” até ao dia 15 de Maio.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.	7.
0.5 val.	1.0 val.	0.9 val.	0.7 val.

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Relativamente à soma de cinco quaisquer números inteiros consecutivos pode afirmar-se:

- a) A soma é divisível por 5
- b) A soma só é um múltiplo de 5 se o termo do meio for diferente de 0
- c) A soma só é divisível por 5 se todos os termos forem diferentes de 0
- d) A soma não é um múltiplo de 5

2. Em relação à afirmação

”O 5 e o 17 são dois factores que surgem na decomposição em números primos de $4^{4n} - 1$, $n \geq 1$ ”.

podemos fazer o seguinte comentário:

- a) A afirmação é em geral falsa
- b) O factor 5 surge sempre na referida decomposição, mas o factor 17 só surge para certos valores de $n \geq 1$
- c) O factor 17 surge sempre na referida decomposição, mas o factor 5 só surge para certos valores de $n \geq 1$
- d) Ambos os factores surgem sempre na referida decomposição

3. Dados dois números primos p e q , considere as duas afirmações seguintes:

(i) Todo o número inteiro $0 < a < p, q$ é invertível módulo $p + q$

(ii) Todo o número inteiro $0 < a < p, q$ é invertível módulo pq

Relativamente a estas afirmações podemos afirmar:

- a) Ambas as afirmações são verdadeiras
- b) A afirmação (i) é verdadeira, mas a afirmação (ii) é falsa
- c) A afirmação (i) é falsa, mas a afirmação (ii) é verdadeira
- d) Ambas as afirmações são falsas

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Sejam p um número primo e $a \neq 0$, b dois números inteiros tais que $a \mid b$ e $p \mid b$, mas $p \nmid a$.
Mostre que p é um divisor de $\frac{b}{a}$.

5. Prove que:

5.1. Se a é um número par e b é um número ímpar, então

$$\text{mdc}(a, b) = \text{mdc}(a/2, b).$$

5.2. Se a e b são dois números naturais não nulos tais que $\text{mdc}(a^k, b^k) = 1$, $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 2$, então a e b são números primos entre si.

6. Seja p um número primo.

6.1. Por recurso ao método de indução matemática, mostre que

$$p \mid (n^p - n), \quad n \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

6.2. Será que (1) é verdadeiro para um número inteiro positivo p qualquer? Justifique.

7. Dê exemplos de números $a, b, k, n \in \mathbb{N}$ não nulos tais que:

7.1. $ka \equiv kb \pmod{n}$ e $a \not\equiv b \pmod{n}$.

7.2. $a^k \equiv b^k \pmod{n}$ e $a \not\equiv b \pmod{n}$.

FIM