E-fólio Global | Folha de resolução do E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: Computação Gráfica

CÓDIGO: 21020

DOCENTE: António Araujo

A preencher pelo estudante

NOME: Carlos Alexandre Dias Inácio

N.º DE ESTUDANTE: 1701879

CURSO: Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 15/07/2022

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

1. A = (12, 1) e B= (100, 5)

Iremos então calcular a equação da reta:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_a & y_a & 1 \\ x_b & y_b & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$(y_a - y_b) * x + (x_b - x_a) * y + x_a * y_b - x_b * y_a = 0$$

$$a = y_a - y_b$$

$$b = (x_b - x_a)$$

$$c = x_a * y_b - x_b * y_a$$

$$a * x + b * y + c = 0$$

Substituindo os valores temos:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 12 & 1 & 1 \\ 100 & 5 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

$$a = y_a - y_b = 1 - 5 = -4$$

$$b = (x_b - x_a) = 100 - 12 = 88$$

$$c = x_a * y_b - x_b * y_a = 60 - 100 = -40$$

$$-4x + 88y - 40 = 0$$

Resolvendo em função de y:

$$y = \frac{4}{88}x + \frac{40}{88} = \frac{1}{22}x + \frac{5}{11}$$

$$2.5 \leq y \leq 3.5$$

Calculando esta desigualdade temos:

Para y=2.5

$$2.5 = \frac{1}{22}x - \frac{5}{11}$$

$$2.5 + \frac{5}{11} = \frac{1}{22}x$$

$$x = \left(2.5 + \frac{5}{11}\right) * 22 = 65$$

Para y=3.5

$$2.5 = \frac{1}{22}x - \frac{5}{11}$$

$$2.5 + \frac{5}{11} = \frac{1}{22}x$$

$$x = \left(2.5 + \frac{5}{11}\right) * 22 = 87$$

Os pixels que acenderão serão os correspondentes a x no intervalo [65,87].

2.

Antes de iniciar as iterações do algoritmo é necessário obter para cada aresta do polígono que vai ser preenchido, um conjunto de elementos informativos sobre os mesmos, tais como:

- Declive m
- $m \; e \; \frac{1}{m}$
- x_{minimo}
- y_{minimo}
- y_{maximo}

Nota: x_{minimo}é a coordenada que acompanha y_{minimo}

Para cada aresta do polígono, vista como segmento de reta, obtemos os valores de $m = \frac{dx}{dy}$ tendo em conta que cada aresta $\overline{A_1A_2}$ é obtida através dos pontos sucessivos do polígono ligando o último ponto ao primeiro.

Temos assim:

$$\overline{AB} = [(1, \quad 0), (2, \quad 0)]: m = \frac{0-0}{2-1} = \frac{0}{3} = 0;$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{0} = \infty; Aresta\ Horizontal\ logo\ \text{é}\ ignorada$$

$$\overline{BC} = [(2, \quad 0), (4, \quad 1)]: m = \frac{1-0}{4-2} = \frac{1}{2};$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2;\ y_{minimo} = 0\ ;\ x_{minimo} = 2\ ;\ y_{maximo} = 1;$$

$$\overline{CD} = [(4, \quad 1), (5, \quad 3)]: m = \frac{3-1}{5-4} = \frac{2}{1} = 2;$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{2};\ y_{minimo} = 1\ ;\ x_{minimo} = 4\ ;\ y_{maximo} = 3;$$

$$\overline{DE} = [(5, \quad 3), (2, \quad 3)]: m = \frac{3-3}{2-5} = \frac{0}{-3} = 0;$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{0} = \infty; Aresta\ Horizontal\ logo\ \text{é}\ ignorada$$

$$\overline{EF} = [(2, \quad 3), (0, \quad 2)]: m = \frac{2-3}{0-2} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2};$$

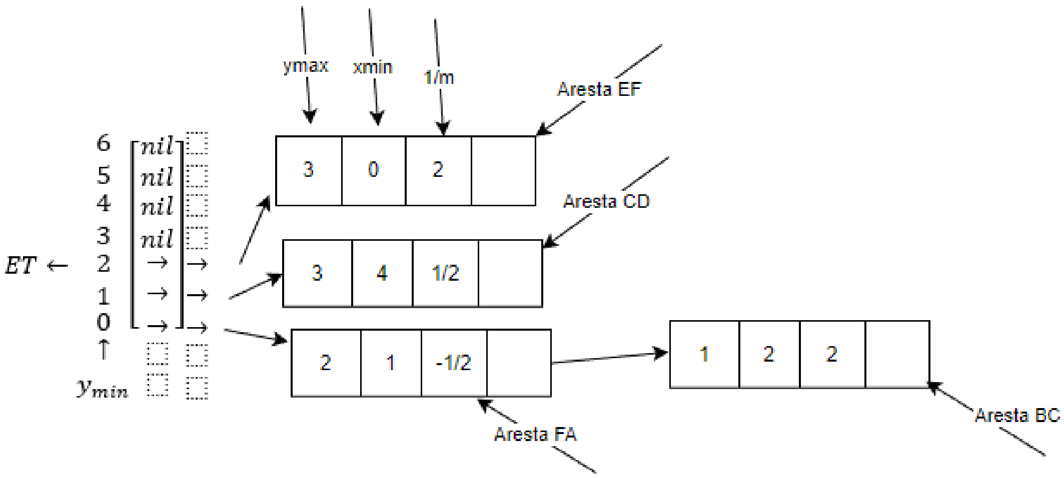
$$\frac{1}{m} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2;\ y_{minimo} = 2\ ;\ x_{minimo} = 0\ ;\ y_{maximo} = 3;$$

$$\overline{FA} = [(0, \quad 2), (1, \quad 0)]: m = \frac{0-2}{1-0} = \frac{-2}{1} = -2;$$

$$\frac{1}{m} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2};\ y_{minimo} = 0\ ;\ x_{minimo} = 1\ ;\ y_{maximo} = 2;$$

No arranque no algoritmo as tabelas ET e AET têm o seguinte estado:

$$AET \leftarrow nil$$



Seja a linha de varrimento (scan-line) definida por SL sendo que o varrimento se faz na vertical, percorrendo o eixo Y desde os valores mais pequenos até à maior coordenada em Y do polígono.

SL<- 0 ou seja, a linha de varrimento recebe o valor do primeiro índice da entrada da tabela ET que não esteja vazia, neste caso a entrada 0, que corresponde à coordenada y menor do polígono partilhada pelas arestas FA e BC.

Iteração do Algoritmo

Até que AET fique vazia repete

<u>Iteração 1</u>

a) Mover ET para AET as arestas que passam a ser intersectadas por SL, ou seja, o valor de entrada com índice SL. A tabela AET recebe então os valores da(s) aresta(s) de ET com entrada SL.

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|1|-1/2|}^{\overline{FA}} \rightarrow \overbrace{|1|2|2|}^{\overline{BC}}$$

b) Eliminar de AET todas as arestas que deixam de ser intersectadas pela linha de varrimento SL. Basta verificar se existe alguma aresta em AET cujo y max <= SL

Neste caso temos SL=0 e $\overline{FA}y_{máx} = 2$ e $\overline{BC}y_{máx} = 1$ logo SL < que ambos. Não existem arestas em condições de ser eliminadas de AET, ficando esta tabela inalterada.

c) Identificar pontos a desenhar no ecrã entre pares de arestas de AET (estas são as intersetadas por SL).

A coordenada em y é o valor de SL e temos de calcular os valores de abcissa x mais à esquerda e mais à direita (daqui a importância do valor de xmin a abcissa que acompanha a ordenada do ponto de interseção de SL com cada aresta).

Ou seja, vamos considerar os pontos entre xmin de pares de arestas em AET. Neste caso, $\overline{FA}x_{min} = 1$ e $\overline{BC}x_{min} = 2$ logo, Pontos a ativar: (1,0) e (2,0) [o 0 corresponde ao que tem o mesmo valor que SL].

d) Incrementamos SL, ou seja, SL <- SL +1; SL =1
e) Atualizamos AET de x_{min} tendo em conta o incremento SL vem $x_{i+1} \leftarrow x_i + \frac{1}{m}$para qualquer aresta.

Temos então:

$$\overline{FA}: x_{i+1} \leftarrow 1 + (-1/2) = \frac{1}{2};\ \overline{BC}: x_{i+1} = 2 + 2 = 4$$

Ficando:

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|1/2|-1/2|}^{\overline{FA}\prime} \rightarrow \overbrace{|1|4|2|}^{\overline{BC}\prime}$$

<u>Iteração 2</u>

a) Existem arestas na entrada SL (==1) de ET? Sim, a aresta $\overline{CD}$ (passa a ser intersetada pela linha de varramento SL)

Fica: (ordenada por x_{min})

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|1/2|-1/2|}^{\overline{FA}\prime} \rightarrow \overbrace{|1|4|2|}^{\overline{BC}\prime} \rightarrow \overbrace{|3|4|1/2|}^{\overline{CD}}$$

b) Existem arestas em AET tal que $y_{máximos} \leq SL$? Sim, a aresta $\overline{BC}'$ pelo que é eliminada da tabela AET (estas arestas deixam de ser intersetadas)

Fica:

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|1/2|-1/2|}^{\overline{FA}\prime} \rightarrow \overbrace{|3|4|1/2|}^{\overline{CD}}$$

c) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET.

Abcissas entre x= ½ ($\overline{FA}'x_{minimo}$) x = 4 ($\overline{CD}x_{minimo}$)

Pontos a ativar: (1/2,1), (1,1), (2,1), (3,1), (4,1)

d) Incrementamos SL, ou seja, SL <- SL + 1; SL = 2
e) Atualizamos AET tal que: $\overline{CD}$: $x_{i+1} \leftarrow 4 + \frac{1}{2} = 4.5$; $\overline{FA}'$: $x_{i+1} \leftarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$;

Ficando:

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|0|-1/2|}^{\overline{FA}\prime\prime} \rightarrow \overbrace{|3|4.5|1/2|}^{\overline{CD}\prime}$$

<u>**Iteração 3**</u>

a) Existem arestas na entrada SL (==2) de ET? Sim, a aresta $\overline{EF}$ (passa a ser intersetada pela linha de varramento SL)

Fica: (ordenada por x_{min})

$$AET \leftarrow \overbrace{|2|0|-1/2|}^{\overline{FA}\prime\prime} \rightarrow \overbrace{|3|0|2|}^{\overline{EF}} \rightarrow \overbrace{|3|4.5|1/2|}^{\overline{CD}\prime}$$

b) Existem arestas em AET tal que $y_{máximos} \leq SL$? Sim, a aresta $\overline{FA}''$ pelo que é eliminada da tabela AET (estas arestas deixam de ser intersetadas)

Fica:

$$AET \leftarrow \overbrace{|3|0|2|}^{\overline{EF}} \rightarrow \overbrace{|3|4.5|1/2|}^{\overline{CD}\prime}$$

c) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET.

Abcissas entre x = 0 ($\overline{CD}'x_{minimo}$) e x =4.5 ($\overline{EF}x_{minimo}$)

Pontos a ativar: (0,2), (1.2), (2,2),(3,2),(4,2),(4.5, 2)

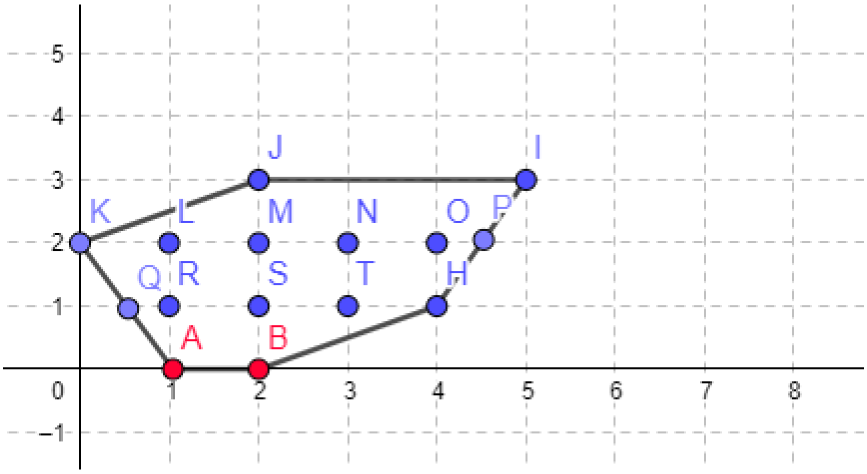
d) Incrementamos SL, ou seja, SL <- SL + 1; SL = 3
e) Atualizamos AET tal que: $\overline{CD}'$: $x_{i+1} \leftarrow 4.5 + \frac{1}{2} = 5$; $\overline{FA}''$: $x_{i+1} \leftarrow 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$;

Ficando:

$$AET \leftarrow \overbrace{|3|-1/2|2|}^{\overline{EF'}} \rightarrow \overbrace{|3|5|1/2|}^{\overline{CD''}}$$

<u>Iteração 4</u>

a) Existem arestas na entrada SL (==3) de ET? Não.
b) Existem arestas em AET tal que $y_{máximos} \leq SL$? Sim, as arestas $\overline{EF}'e\ \overline{CD}''$ (deixam de ser intersetadas pela linha de varrimento SL) sendo eliminadas de AET. Ficando AET<- nil = condição para terminar o algoritmo.



[Nota: As letras exteriores deveriam estar denominadas (A B C D E F, para representar os pontos do polígono)]

3.

Estes tipos de coordenadas são utilizados para facilitar o cálculo das transformações geométricas. As transformações geométricas podem ser calculadas pelo produto concatenado das suas respetivas matrizes. Com as coordenadas homogéneas adiciona-se ao tuplo (x,y) uma terceira coordenada t passando a estar representado por um triplo (x, y, W). Desta forma (x,y, t) e (x', y', t') representam o mesmo ponto em coordenadas homogéneas se e só se um é múltiplo do outro.

Ou seja, cada ponto (x, y) terá uma infinidade de representações em coordenadas homogéneas.

Se w!=0 podemos dividir as coordendas homogéneas por w.

(x,y,w) representa o mesmo ponto que (x/w, y/w, 1).

Se w=0, então (x,y,w) é um ponto no infinito e representa uma direção do plano.

A utilização de coordenadas homogéneas consiste em representar um espaço 2D imerso num espaço 3D. Se tomarmos todas as triplas (tx,ty,tw) w!=0, que estes representam num mesmo ponto, temos uma reta no espaço 3D. Estes pontos são representados em coordendas homogéneas por vetores de 3 componentes logo, as matrizes de transformação devem ser representadas por matrizes 3x3.

4.

a) Esta curva trata-se de uma curva Bézier Cúbica. (n=3)

$$P(u) = P_0 B_{0,3}(u) + P_1 B_{1,3}(u) + P_2 B_{2,3}(u) + P_3 B_{3,3}(u)$$

$$B_{0,3}(u) = \frac{3!}{0!\,(3-0)!} * u^0 * (1-u)^{3-0} = (1-u)^3$$

$$B_{1,3}(u) = \frac{3!}{1!\,(3-1)!} * u^1 * (1-u)^{3-1} = 3u * (1-u)^2$$

$$B_{2,3}(u) = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} * u^2 * (1-u)^{3-2} = 3u^2 * (1-u)^1$$

$$B_{3,3}(u) = \frac{3!}{3!\,(3-3)!} * u^3 * (1-u)^{3-3} = 3u^3 * (1-u)^0 = 3u^3$$

$$P(u) = P_0(1-u)^3 + P_1 3u * (1-u)^2 + P_2 3u^2 * (1-u)^1 + P_3 3u^3$$

$$P(u_x) = Px_0(1-u)^3 + Px_1 3u * (1-u)^2 + Px_2 3u^2 * (1-u)^1 + Px_3 3u^3$$

$$P(u_y) = Py_0(1-u)^3 + Py_1 3u * (1-u)^2 + Py_2 3u^2 * (1-u)^1 + Py_3 3u^3$$

$$P(u_x) = 0 * (1-u)^3 + 2 * 3u * (1-u)^2 + 9 * 3u^2 * (1-u)^1 + 5 * 3u^3$$

$$P(u_x) = 6u * (1-u)^2 + 27u^2 * (1-u)^1 + 15u^3$$

$$P(u_y) = 15u * (1-u)^2 + 21u^2 * (1-u)^1$$

Substituindo os valores em u:

u	x	y
0	0	0
0,2	1,752	2,592
0,4	4,416	4,176

0,6	7,704	4,464
0,8	11,328	3,168
1	15	0
0,333333	3,444444	3,777778
0,666667	8,888889	4,222222