E-fólio A | Instruções para a realização do E-fólio

ANÁLISE INFINITESIMAL | 21175

Período de Realização

Decorre de 3 a 13 de novembro de 2023

Data de Limite de Entrega

13 de novembro de 2023, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Funções, limites, continuidade, sucessões e método de indução.

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de função, de limite e de continuidade de uma função, de sucessões e do método de indução.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

- P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)
- Definição formal de limite - apresentada na ficha de exercícios sobre Limites (disponível na plataforma)

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma:

1. Questão 1= 1.1 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.1 valores
   (b) 0.4 valores
   (c) 0.5 valores
   (d) 0.1 valores
2. Questão 2= 0.8 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.4 valores
   (b) 0.4 valores
3. Questão 3= 0.8 valores
4. Questão 4= 0.8 valores
5. Questão 5= 0.5 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica.

O cálculo dos limites que constam desta prova, apenas proderá ser efectuado usando resultados descritos ou usados nos primeiros seis capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*). Em particular, não poderão usar a regra de Cauchy, para o levantamento de indeterminações.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Rafael Sasportes

1. **[1.1 val.]** Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sin x - 4x^2 + x^3 & \text{se } x \geqslant 0, \\ x^2\left(4 + e^{1/x}\right) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

   (a) **[0.1 val.]** Indique o domínio de f.

   (b) **[0.4 val.]** Calcule $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

   (c) **[0.5 val.]** Estude a continuidade de f no conjunto $]-2, 2[$.

   (d) **[0.1 val.]** Determine $\Delta(f; -2, 1)$ (taxa de variação média de f no intervalo $[-2, 1]$).

2. **[0.8 val.]** Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^{x+1} + \pi$.

   (a) **[0.4 val.]** Esboce o gráfico de f. (*O gráfico deve, obrigatoriamente, ser feito à mão e depois digitalizado.*)

   (b) **[0.4 val.]** Caracterize a função inversa de f.

3. **[0.8 val.]** Prove, por definição formal de limite, que

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^4\cos(4x) + 4}{2} = 2.$$

4. **[0.8 val.]** Considere a sucessão u_n definida recursivamente por

$$\begin{cases} u_1 = 0, \\ u_{n+1} = \left(4\sqrt{u_n} + 3\right)^2, \ n = 1, 2, \ldots \end{cases}$$

   Use o método de indução para provar que $u_n = \left(4^{n-1} - 1\right)^2$, $n = 1, 2, \ldots$

5. **[0.5 val.]** Para $x > 0$, seja $f(x) = x^4 + x^2 + \ln x$, onde ln representa o logaritmo neperiano. Mostre justificadamente que f tem pelo menos um zero no intervalo $]0, 1[$.

Fim