

”

**E-fólio B** | Folha de resolução para E-fólio



**UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL**

**CÓDIGO: 21048**

**DOCENTE: Nuno Sousa**

**A preencher pelo estudante**

**ANO LETIVO: 2018-19**

## TRABALHO / RESOLUÇÃO:

### Q1

No ficheiro anexo a este texto estão os cálculos e gráficos. Aqui se apresenta apenas o comentário aos resultados obtidos.

Essencialmente o que vemos é que até um certo ponto, aproximadamente  $t = 2$ , todos os métodos são relativamente semelhantes em termos de qualidade de resultados, exceto o de Euler, que se desvia significativamente por não ter corretores (o método de Euler apenas tem um previsor). Os valores dos erros indicam, como se poderia esperar, que quanto mais intensivo é um método em termos de cálculos, menores são os erros associados. No entanto, até  $t = 2$  as diferenças são relativamente inconsequentes.

Para lá de  $t = 2$  começa a notar-se claramente que a precisão dos métodos depende de quão intensivo é o método (i.e. a sua ordem de RK). De facto, tanto dos gráficos como das médias dos erros, vemos que os métodos RK2/Heun e RK3 começam a afastar-se significativamente dos resultados exatos. Apenas o método RK4 retém alguma capacidade de acompanhamento do resultado exato.

Tecnicamente, na zona  $t > 2$  o que acontece é que todos os previsores/corretores subestimam o valor exato da função, razão pela qual as soluções começam a divergir. Esta é uma zona dita de *instabilidade numérica*, caracterizada por um afastamento abrupto dos valores da função do eixo dos xx. Acontece frequentemente com funções exponenciais ou perto de assíntotas verticais.

Numa situação prática a pessoa a fazer a análise não vai saber a solução exata mas, caso detete tais afastamentos, pode suspeitar estar perante uma zona de instabilidade. Se for o caso, é aconselhado recorrer a um método de RK4 (ou até de 5ª ordem) para percorrer essa zona.

Regra geral aumentar a ordem de um algoritmo de RK tem baixo impacto em termos de tempo de CPU pela simples razão de que o n.º de operações sobe marginalmente; por cada passo, acrescenta apenas mais uma avaliação de uma função e mais uma soma, enquanto que a precisão pode subir consideravelmente, como o comprovam os resultados deste efolio B.

Na verdade, em tudo o que seja literatura científica ou de engenharia, o método RK4 clássico é normalmente o escolhido para integrações numéricas. Os outros métodos são usados apenas em cálculos preliminares, para se ter uma ideia geral da forma da solução.

A alternativa natural para aumentar a precisão sem ter de mudar de método é reduzir o passo. Esta opção tem um impacto computacional elevado, uma vez que cada redução de  $h$  para metade implica duplicar o tempo de processamento. No entanto, como vimos no intervalo  $[-2,2]$ , nem sempre é preciso um passo elevado para ter boa precisão. Ou seja, se mudarmos o passo consoante o comportamento da função, reduzindo-o ou aumentando-o conforme a função varie mais ou menos abruptamente, poderemos baixar o tempo de processamento sem perda de precisão. Esta é a ideia de funcionamento dos chamados *métodos de Runge-Kutta adaptativos*.