

Nome:

CC/BI: N° de Estudante:

Curso: Turma:

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: Ano Lectivo: 2015/16

Docente: Maria João Oliveira Classificação:

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio B, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 6 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “e-Fólio B” até ao dia 16 de Maio.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	0.9			

4.	5.	6.
0.5 val.	1.5 val.	1.1 val.

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Considere as duas afirmações seguintes:

(i) $\text{mdc}(a, b) \text{mmc}(a, b) = ab$, $a, b \in \mathbb{Z}$

(ii) Pelo algoritmo de Euclides, dados $a, b \in \mathbb{Z}$, $b \neq 0$, existem $q, r \in \mathbb{Z}$ tais que $a = bq + r$, $r < b$.

Relativamente a estas afirmações podemos afirmar:

- a) Ambas as afirmações são verdadeiras
- b) A afirmação (i) é verdadeira, mas a afirmação (ii) é falsa
- c) A afirmação (i) é falsa, mas a afirmação (ii) é verdadeira
- d) Ambas as afirmações são falsas

2. Relativamente às duas fracções seguintes,

$$\frac{5^{65536} + 1}{5^{32768} + 1} \quad \text{e} \quad \frac{5^{65535} + 1}{5^{32769} + 1},$$

podemos afirmar:

- a) Ambas as fracções são irredutíveis
- b) Só a primeira fracção é irredutível
- c) Só a segunda fracção é irredutível
- d) Nenhuma fracção é irredutível

3. Considere as duas afirmações seguintes:

(i) 6 é invertível módulo 41

(ii) 7 não é invertível módulo 51

Relativamente a estas afirmações podemos afirmar:

- a) Ambas as afirmações são verdadeiras
- b) A afirmação (i) é verdadeira, mas a afirmação (ii) é falsa
- c) A afirmação (i) é falsa, mas a afirmação (ii) é verdadeira
- d) Ambas as afirmações são falsas

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4. Sejam a e b dois números primos entre si. Mostre que

$$a \mid m \wedge b \mid m \implies (ab) \mid m.$$

5.

5.1. Prove que para todo o $n \in \mathbb{N}$ tem-se

$$4^{2n+1} \equiv -3^{n+2} \pmod{13}$$

por recurso:

5.1.1. ao método de indução matemática (sem recurso à definição de $\cdot \equiv \cdot \pmod{13}$);

5.1.2. a argumentos de divisibilidade.

5.2. Verifique que para todo o número natural n tem-se

$$\text{mdc}(4^{2n+1} + 3^{n+2}, 3^{n+2}) = 1.$$

6. Dado um número p primo, prove que:

6.1. $\binom{p}{k} \equiv 0 \pmod{p}$ para todo o $k = 1, 2, \dots, p-1$.

6.2. $(1+m)^p \equiv (1+m^p) \pmod{p}$, para qualquer $m \in \mathbb{Z}$.

FIM