

Exame Final - Especial (CQES)

Matemática

3 de junho de 2015

- INSTRUÇÕES -

- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Verifique no momento da entrega das folhas de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- O exame é composto por 6 grupos de questões, contém 1 página e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova.
- Utilize uma letra legível e não use uma caneta de outra cor que não seja o preto ou o azul - as respostas a lápis não serão consideradas.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de elementos de consulta.
- As respostas a esta prova devem ser precisas e objetivas. Responda apenas ao que é pedido, com justificação adequada.
- **O exame tem a duração máxima de 2 horas e 30 minutos.**

1. (2,0 valores) Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, uma a uma, 5 cartas de um baralho usual de 52 cartas.

Determine o número de elementos do espaço de resultados e dê um exemplo de um elemento desse espaço.

2. (2,0 valores) Calcule o seguinte limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 + 3n} - n$$

3. (4,0 valores) Determine o domínio das seguintes funções:

3.1. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{x^2 - 4x + 3}$

3.2. $g(x) = \log(|x - 5| - 1)$

4. (4,0 valores) Determine os seguintes limites:

4.1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 10x + 12}{3x^2 - 12x + 9}$

4.2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(5x)}{x}$

5. (6,0 valores) Considere a função h definida por

$$h(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & \text{se } x \leq 0 \\ e^x, & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

5.1. Determine os zeros da função.

5.2. Verifique que h é contínua em \mathbb{R} .

5.3. Calcule, caso exista, a derivada $h'(0)$.

6. (2,0 valores) Determine a derivada das seguintes funções:

$$i(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{5x + 1}, \quad j(x) = \log(1 + \cos^2(x))$$

FIM