Dominio De Uma Função

Condições para determinar o domínio de uma função:

- Denominador ----> O denominador da função tem que ser ≠ 0
- Raíz de Indice Par ----> O que se encontra dentro da raíz tem que ser ≥ 0
- Logaritmo ----> $\log_a [d(x)] \Rightarrow d(x) > 0$ ¿ ¿ o que se encontra dentro do logaritmo tem que ser >0
- Tangente $tg[d(x)] \Rightarrow d(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

- -

Contradomínio De Uma Função

Se a função for uma função homográfica:

$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ $D'f = R$ ¿ $\{\frac{a}{c}$ ¿ $\}$ $Df = R$ ¿ $\{\frac{-d}{c}$ ¿ $\}$

Exemplo:

$f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$

$\frac{a}{c} = \frac{3}{1} = 3$ Logo, $D'f = R \backslash \{3\}$ $\frac{-d}{c} = \frac{-1}{1} = -1\, Logo,\, Df = R\{-1\}$

Se a função for uma função quadrática:

Encontrar as raízes da função

Se tiver 1 raíz:

$D'f =$ ¿

Se tiver 2 raízes:

$Df = [Vp, \ldots] ou [Vp, \ldots]$

$em\, que\, Vp = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$

Estudo Da Função Seno e Coseno

Função Seno

$Df = R$ $D'f = [-1,1]\, A\, função\, é\, limitada\, ao\, intervalo\, [-1,1]$

Função Coseno

$Df = R$ $D'f = [-1,1]\, A\, função\, é\, limitada\, ao\, intervalo\, [-1,1]$

Injectividade De Uma Função

Uma função é injectiva quando $\forall x, y \in Df, x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$

Função Inversa

$x = f^{-1}(y) \leftrightarrow y = f(x)$

Regra práctica para determinar a função inversa:

1º Trocar x para y e y para x

2º Isolar o y

Exemplo: Calcule a inversa de $y = x - 4$

$y = x - 4 \leftrightarrow x = y - 4 \leftrightarrow x + 4 = y \leftrightarrow y^{-1} = x + 4$

Funções Limitadas

Usar, se possível, o Teorema Do Confronto, ou seja o Teorema Dos Limites Enquadrados.

Continuidade Num Ponto

Para se verificar a continuidade num determinado ponto, tem que se satisfazer estas 3 condições:

- $1^{o} f(a)\, existe\ \ (a \in Df$ ¿
- $2^{o} \lim_{x \to a} f(x)\, existe$
- 3º $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Provar que a função tem raízes num intervalo

Calcular algumas imagens da função, para usar o Teorema De Bolzano.

Sucessões Convergentes

$$\lim_{n \to +\infty} un = l$$

- Uma sucessão converge quando é monótona e limitada.
- Uma sucessão converge quando é crescente e limitada superiormente.
- Uma sucessão converge quando é decrescente e limitada inferiormente.

Taxa De Variação & Taxa De Variação Média

$T.V = f(a) - f(b)$

$$T.V.M. = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Definição Formal e Precisa De Limite

$\forall \varepsilon > 0 \, \exists \delta > 0 : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - b| < \varepsilon$

Polinomio De Taylor

$$P_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f'(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 \ldots$$

Função Derivável ou Diferenciável

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

Monotonia De Uma Função

Estudar a monotonia nada mais é do que estudar o sinal da função. É analisar onde a função é crescente ou decrescente.

- Pode ser observado graficamente
- Calculando imagens da função em que $f(x_1)>f(x_2)<f(x_3)$,por exemplo, verificando se altera o estado da função. Se alterar o estado, a função não é monótona.
- Através da derivada da função:
    - Determina-se o domínio;
    - Efectua-se a derivada;
    - Encontra-se os zeros da derivada;
    - Elabora-se o quadro de sinais.

Concavidade

Estratégia:

- Encontrar a 2ºderivada da função;
- Encontrar os zeros da 2º derivada;
- Elaborar a tabela de sinais.

Se f ¿ Se f ¿

Extremos Locais Ou Máximos e Mínimos

Estratégia:

Se $f\ (c)=0 \wedge f\ (c)>0\ \textit{então}\ f(c)\ \textit{é mínimo}$

Se $f\ (c)=0 \wedge f\ (c)<0\ \textit{então}\ f(c)\ \textit{é máximo}$

- Fazer a derivada;
- Encontrar oz zeros (Pontos Críticos);
- Fazer a 2º Derivada;
- Substituir pontos críticos na 2º derivada: Se >0 é mínimo. Se <0 é máximo.
- Substituir pontos críticos na função para determinar os extremos.

Assintotas

É **assíntota vertical** se:

$$\lim_{x \to \pm a} f(x) = \pm\infty$$

É **assíntota Horizontal** se:

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = b$$

Assíntotas Obliquas:

A recta é dada por: $y = mx + b$

Calcular o m:

$m = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ Se $m = 0\ então\ y = b\ é\ A.H.$ $Se\ m \neq 0\ então\ y = mx + b\ é\ A.O.$

Calcular o b:

$b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - mx]$ $Se\ b = \pm\infty \nexists A.N.V.$