UAb

FÍSICA GERAL | 21048

ORIENTAÇÕES DE RESPOSTA

EXAME DE RECURSO

Ano letivo: 2019-20

Versão: 10-abr-20

PARTE I

Chave F E F E B F D C

1. Precisamos de saber a velocidade com que a pedra foi lançada. Esse dado pode ser obtido da equação para a posição. Seja $+y$ para cima e $y = 0$ no solo. Temos, no SI,

$$y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow 0 = 2{,}1 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow v_{0y} = \frac{4{,}9 \cdot 3{,}5^2 - 2{,}1}{3{,}5}$$
$$= 16{,}55\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Substituindo na equação para a velocidade vem

$$v = v_0 + at \rightarrow v = 16{,}55 - 9{,}8t \Leftrightarrow v = -17{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

O sinal indica que a pedra está a descer. A rapidez é, a 2 AS, 18 m/s.

2. Há, em primeiro lugar, saber se a força de atrito estático máxima é suficiente para impedir o movimento. Esta é

$$f_s^{\mathrm{max}} = \mu_s F_N \Leftrightarrow f_s^{\mathrm{max}} = 0{,}80 \cdot 5{,}0 \cdot 9{,}8 = 39{,}2\ \mathrm{N}$$

Como $F = 35\ \mathrm{N} < f_s^{\mathrm{max}}$, o caixote vai manter-se parado, pelo que $a = 0$.

3. Num regime de velocidade constante, a potência resistiva é dada por $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$ ($\mathcal{P} = Fv$ em módulo). O motor terá de fornecer às rodas a potência necessária para contrabalançar a potência resistiva. No SI essa potência é

$$\mathcal{P} = Fv \Leftrightarrow \mathcal{P} = 90\frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot 450\text{ N} \Leftrightarrow 90\frac{1000\text{ m}}{3600\text{ s}} \cdot 450\text{ N} \Leftrightarrow \mathcal{P} = 11\,250\text{ W}$$

O que corresponde, em cv, a $\mathcal{P} = \frac{12500}{736} = 15{,}3\text{ cv}$.

Note-se que esta é a potência necessária para vencer apenas a resistência do ar (arrasto). Existem outros atritos no carro, como p.ex. atritos nos eixos.

4. A magnitude do momento da força é $\tau = RF \Leftrightarrow \tau = 0{,}110 \cdot 150 = 16{,}5\text{ N.m}$. Precisamos agora de calcular o momento de inércia do disco, que é $I = \frac{1}{2}MR^2 \Leftrightarrow I = \frac{1}{2} \cdot 0{,}750 \cdot 0{,}110^2 = 0{,}004538\text{ kg.m}^2$. A aceleração angular é então de $\tau = \alpha I \Leftrightarrow \alpha = \frac{16{,}5}{0{,}004538} = 3636\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ e podemos finalmente calcular a velocidade angular, que é

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \Leftrightarrow \omega = 0 + 3636 \cdot 0{,}100 = 364\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

5. A massa do corpo é $F_g = mg \Leftrightarrow m = \frac{19{,}6}{9{,}8} = 2{,}0\text{ kg}$. A energia potencial elástica é dada por $E_{p,\text{elast}} = \frac{1}{2}kx^2$, que transformada em energia cinética nos dá

$$E_{p,\text{elast}} = E_c \Leftrightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2800 \cdot 0{,}0010^2}{2{,}0}}$$
$$= 0{,}0374\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(3{,}7\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)$$

6. No ponto de velocidade terminal temos $F_g = F_a \Leftrightarrow mg = bv^2$. Passando os 300 km/h ao SI (83,33 m/s) temos

$$1{,}00 \cdot 9{,}8 = b \cdot 83{,}33^2 \Leftrightarrow b = \frac{9{,}8}{83{,}33^2} = 0{,}00141\,\frac{\text{kg}}{\text{m}} \quad \left(1{,}4\,\frac{\text{g}}{\text{m}}\right)$$

7. Fazendo a soma vetorial das forças temos, no referencial *xy* da figura,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \to \begin{cases} \sum F_x = 2{,}0\cos 45 + 2{,}0\cos 30 \\ \sum F_y = 2{,}0\,\text{sen}\,45 - 2{,}0\,\text{sen}\,30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_x = 2{,}0\frac{\sqrt{2}}{2} + 2{,}0\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sum F_y = 2{,}0\frac{\sqrt{2}}{2} - 2{,}0\frac{1}{2} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sum F_x = \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ \sum F_y = \sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

O módulo da soma das forças é então $\sum F = \sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^2 + \left(\sqrt{2}-1\right)^2} =$ $3{,}173\ \text{N}$ e temos, da 2ª lei de Newton,

$$\sum F = ma \to a = \frac{\sum F}{m} \Leftrightarrow a = \frac{3{,}173}{3} = 1{,}059\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \left(1{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

8. A força elástica é, em componentes segundo o elongamento, $F = -kx$. O atrito opõe-se sempre ao movimento. Em componentes segundo o elongamento isto significa $f_k = -\operatorname{sgn}(v)\,\mu_k F_N$. Juntando tudo e aplicando a 2ª lei de Newton temos que o movimento é dado por

$$m\frac{dv}{dt} = -kx - \operatorname{sgn}(v)\,\mu_k mg \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x - \operatorname{sgn}(v)\,\mu_k g$$

PARTE II

Q1

(a) Sendo a colisão elástica, conserva-se a energia cinética. Além disso, conserva-se também o momento linear. Escrevendo estas duas equações temos

$$\begin{matrix} p_{Ai} + p_{Bi} = p_{Af} + p_{Bf} \\ E_{cAi} + E_{cBi} = E_{cAf} + E_{cBf} \end{matrix} \rightarrow \begin{cases} m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \\ \frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bi}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2{,}0 v_{Ai} + 0 = 2{,}0 v_{Af} + 1{,}6 \\ \frac{1}{2} 2{,}0 v_{Ai}^2 + 0 = \frac{1}{2} 2{,}0 v_{Af}^2 + \frac{1}{2} 1{,}0 \cdot (1{,}6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_{Ai} = v_{Af} + 0{,}80 \\ v_{Ai}^2 = v_{Af}^2 + 1{,}28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ \left(v_{Af} + 0{,}80\right)^2 = v_{Af}^2 + 1{,}28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ v_{Af}^2 + 1{,}6 v_{Af} + 0{,}64 = v_{Af}^2 + 1{,}28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ 1{,}6 v_{Af} = 1{,}28 - 0{,}64 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_{Ai} = 0{,}40 + 0{,}80 = 1{,}2 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ v_{Af} = \frac{0{,}64}{0{,}16} = 0{,}40 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

(b) O bloco B resvala apenas com velocidade horizontal, i.e. $v_{0y} = 0$. O tempo de queda é

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 0 = 0{,}85 + 0 - \frac{1}{2} 9{,}8 t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}85}{9{,}8}}$$

$$= 0{,}4165 \text{ s} \quad (0{,}42 \text{ s})$$

(c) Durante o tempo de queda B avança na horizontal

$$x = x_0 + v_{0x} t \rightarrow d = 0 + 1{,}6 t \Leftrightarrow d = 1{,}6 \cdot 0{,}4165 = 0{,}6664 \text{ m} \quad (0{,}67 \text{ m})$$

(d) A velocidade horizontal é sempre 1,6 m/s. A vertical vai aumentando em módulo. No instante de queda temos

$$v_y = v_{0y} + at \rightarrow v_y = 0 - 9{,}8t \Leftrightarrow v_y = -9{,}8 \cdot 0{,}4165 = -4{,}082\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A rapidez é então

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \rightarrow v = \sqrt{1{,}6^2 + (-4{,}082)^2} = 4{,}384\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(4{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Q2

(a) Do teorema de impulso-momento $\vec{I} = \Delta\vec{p}$ e da definição de impulso $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$ temos, segundo a direção de movimento,

$$\Delta p = F\Delta t \rightarrow m(v_f - v_i) = F \cdot 2{,}0 \Leftrightarrow F = \frac{5 \cdot (3{,}5 - 0)}{2{,}0} = 8{,}75\ \mathrm{N} \quad (8{,}8\ \mathrm{N})$$

(b) A maneira mais rápida de resolver este problema é aplicando o teorema do trabalho-energia e seus corolários. O caixote parte com energia cinética inicial de $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot 3{,}5^2 = 30{,}625\ \mathrm{J}$. Durante a passagem pela zona com atrito ele dissipa sob a forma de calor, terminando com energia cinética de

$$\begin{aligned} W_{NC} = \Delta E_m \rightarrow W_{f_k} = E_{cf} - E_{ci} \Leftrightarrow E_{cf} = E_{ci} + f_k d \cos\sphericalangle(f_k, d) \Leftrightarrow E_{cf} \\ = 30{,}625 - \mu_k mg(-1)d \Leftrightarrow E_{cf} = 30{,}625 - 0{,}20 \cdot 5 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}25 \\ = 18{,}375\ \mathrm{J} \end{aligned}$$

Na subida parte desta energia cinética restante é transformada em energia potencial gravítica. O sistema é conservativo ($\Delta E_m = 0$) e temos, à chegada ao topo,

$$\begin{aligned} E_c^{\text{base}} = E_c^{\text{topo}} + E_{pg} \rightarrow 18{,}375 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh \Leftrightarrow 18{,}375 = 2{,}5v^2 + 5 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}30 \\ \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{18{,}375 - 14{,}7}{2{,}5}} = 1{,}212\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(1{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \end{aligned}$$

(c) Há três forças a realizar trabalho neste deslocamento: a força de tração sobre o caixote, a força de atrito e o peso. A normal não realiza trabalho porque é perpendicular ao deslocamento em cada instante. Aplicando do teorema de trabalho-energia, definição de trabalho, e de energia potencial

$$W_F = \Delta E_c \rightarrow W_F = 30{,}625 \text{ J} \quad (31 \text{ J})$$
$$W_{f_k} = f_k d \cos \sphericalangle(f_k, d) \rightarrow W_{f_k} = 0{,}25 \cdot 5 \cdot 9{,}8 \cdot (-1) = -12{,}25 \text{ J} \quad (-12 \text{ J})$$
$$W_{F_g} = -\Delta E_{pg} \rightarrow W_{F_g} = -mg(h - 0) \Leftrightarrow W_{F_g} = -14{,}7 \text{ J}$$
$$W_{F_N} = 0$$

Na verdade, todos estes valores já tinham sido calculados na alínea anterior. Só o peso realiza trabalho conservativo. A tração e atrito são forças não-conservativas, porque alteram a energia mecânica do bloco.

Q3

(a) Aplicando a 2ª lei de Newton temos, notando que a força tem o sinal negativo dos *xx*,

$$\sum F = ma \Leftrightarrow F = m\frac{dv}{dt} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{3}{1+t} - 2v\right) \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{\frac{3}{4}}{1+t} - \frac{1}{4}2v \Leftrightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{0{,}75}{1+t} - \frac{v}{2}$$

QED.

(b) Pelo método de Heun temos

t **(s)**	***v*** **(m/s)**	$\boldsymbol{k_1}$	$\boldsymbol{k_2}$
0	1,75	-1,625	-0,4375
1	0,71875	-0,734375	-0,2421875
2	0,23046875	-0,3652344	-0,1201172
3	-0,012207	-0,1813965	-0,0531982
4	-0,1295044	N/A	N/A

CRÉDITOS

Nuno Sousa, UAb 2019