UNIVERSIDADE ABERTA
www.uab.pt

Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior

U.C. 21048

Física Geral

30 de julho de 2014 – RESOLUÇÃO

INSTRUÇÕES

Leia com atenção o que se segue antes de iniciar a sua prova:

Verifique se o enunciado desta prova possui, para além desta folha de rosto, mais 5 páginas, numeradas de 2 a 6 e terminando com a palavra FIM.

O estudante não necessita de indicar qualquer resposta neste enunciado, pelo que poderá ficar na posse do mesmo finda a prova.

Este exame consta de duas partes:

1) A primeira é constituída por **6 questões de escolha múltipla** (em que apenas uma das respostas é correcta). **As respostas a estas questões devem ser feitas na folha de prova**. Indique nela, de uma forma clara, a alínea que corresponde à resposta que considera correta. Respostas que não sejam claras ou cuja interpretação seja ambígua serão consideradas **nulas**. Os valores numéricos das várias alternativas são apresentados com 2 algarismos significativos.
2) A segunda é composta por **4 questões estruturadas** de produção de resposta. Nestas respostas os parâmetros valorizados são:
   - O rigor científico do raciocínio usado, nomeadamente na identificação dos princípios físicos em jogo e na colocação do problema em equação.
   - O rigor dos cálculos efectuados, incluindo a expressão correta dos resultados (os valores numéricos com os algarismos significativos e unidades adequados) e a interpretação dos resultados (se aplicável). Os resultados devem ser apresentados com 2 ou 3 algarismos significativos.

Recomenda-se que:

- Leia com muita atenção as questões e selecione bem os dados e incógnitas antes de responder.
- Responda primeiro às questões que julgar mais acessíveis, e só depois às questões que considerar mais difíceis.
- Revejaas resoluções cuidadosamente antes de entregar a prova.

Pode utilizar a sua máquina de calcular mas não pode emprestá-la a qualquer dos seus colegas.

Duração: 2h:30 min

FORMULÁRIO E VALORES DE CONSTANTES FÍSICAS

$\Delta G = G_{final} - G_{inicial}$; $\vec{A} = A_x\hat{\mathbf{I}} + A_y\mathbf{J} + A_z\mathbf{K}$; $|\vec{A}| \equiv A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$; $\vec{A}\times\vec{B} = AB\sin\theta\hat{\mathbf{n}}$

Círculo: $A = \pi R^2$; $P = 2\pi R$ | Esfera: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; $A = 4\pi R^2$ | Cilindro: $V = \pi R^2 h$; $A = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$

$\vec{v}_{med} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$; $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$; $s_{med} = \frac{distância}{\Delta t}$; $s = |\vec{v}| = v$; $\vec{a}_{med} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$; $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

$\begin{cases}\vec{v} = cte \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t\end{cases}$ 1D: $\begin{cases}v = cte \\ x = x_0 + vt\end{cases}$ $\begin{cases}\vec{a} = cte \\ \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2\end{cases}$ 1D: $\begin{cases}a = cte \\ v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2\end{cases}$

$\begin{cases}\theta = \frac{d}{R} \text{ ; } 1\text{ rot} = 2\pi \text{ rad} \\ \omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ ; } \omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \\ \alpha = \frac{d\omega}{dt} \text{ ; } \alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}\end{cases}$; $\begin{cases}d = \Delta\theta R \\ v = \omega R \\ a_t = \alpha R \text{ ; } a_r = \frac{v^2}{R}\end{cases}$; $\begin{cases}\omega = cte \\ \theta = \theta_0 + \omega t\end{cases}$; $\begin{cases}\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} \\ \alpha = \frac{|\Sigma\vec{\tau}|}{I}\end{cases}$; $\begin{cases}\alpha = cte \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \\ \theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2\end{cases}$

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$; $F_g = mg$; $g = 9{,}8$ m/s^2 ; $f_s \le \mu_e F_N$; $f_k = \mu_c F_N$; $F_{centrip} = m\frac{v^2}{R}$

$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$; $E_c = \frac{1}{2}mv^2$; $E_p = -\int_{xi}^{xf} F_C(x)dx$; $F_C = -\frac{dE_p}{dx}$; $E_{pg} = mgh$; $F_{elast,x} = -kx$; $E_{p,elast} = \frac{1}{2}kx^2$

$E_m = E_c + E_p$; $W_{tot} = \Delta E_c$; $W_C = -\Delta E_p$; $W_{NC} = \Delta E_m$; $\mathcal{P}_{med} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$; $\mathcal{P} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

$\vec{p} = m\vec{v}$; $\vec{I} = \vec{F}_{ext}\Delta t$; $\vec{I} = \Delta\vec{p}$

$F_G = G\frac{Mm}{r^2}$; $V_G = -G\frac{M}{r}$; $E_{pG} = mV_G$; $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ; $a_g \equiv g = G\frac{M}{r^2}$

$\varepsilon_0 = 8{,}85\times10^{-12}$ C^2.N^{-1}.m^{-2} ; $k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{,}0\times10^9$ N.m^2.C^{-2}

$\vec{F}_e = k_e\frac{q_1q_2}{r^2}\hat{r}$; $\vec{E} = k_e\sum_i\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$; $\vec{F}_e = q\vec{E}$; $V_e = k_e\sum_i\frac{q_i}{r_i}$; $E_{pe} = qV_e$; $E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$

$q = CV$; $C = \varepsilon_0\frac{A}{d}$; $E_{pe.cond} = \frac{1}{2}CV^2$; $\frac{1}{C_{eq.serie}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$; $C_{eq.par} = C_1 + C_2 + \cdots$

$V = RI$; $R = \rho\frac{L}{A}$; $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$; $\mathcal{P} = IV$; $\mathcal{P}_{Joule} = RI^2$; $R_{eq.s} = R_1 + R_2 + \cdots$; $\frac{1}{R_{eq.p}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$

$\Sigma I_{entrada} = \Sigma I_{saida}$; $\sum_{malha} V = 0 \rightarrow \begin{cases}\text{resistência}: V = \pm IR \text{ se corrente e circulação resp. } \rightleftarrows / \Rightarrow \\ \text{f.e.m.}: V = \pm\varepsilon \text{ se circulação resp. do pólo } (- \to +)/(+ \to -)\end{cases}$

$\vec{F}_B = q\vec{v}\times\vec{B}$; $\vec{F}_B = I\vec{L}\times\vec{B}$; $R = \frac{mv}{|q|B}$; $\vec{\tau} = NI\vec{A}\times\vec{B}$; $\vec{A} = A\hat{\mathbf{n}}$

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{s}\times\hat{r}}{r^2}$; $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ N.A^{-2} ; $B_{fio} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d}$; $B_{circ} = \frac{\mu_0}{2}\frac{I}{R}$; $B_{solen} = \mu_0 nI$; $F = L\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1I_2}{d}$

$\varepsilon_{med} = -N\frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t}$; $\varepsilon = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$; $\Phi_B = \int_A \vec{B}\cdot d\vec{A}$; $\Phi_B = BA\cos\theta$

$X_L = \omega L$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$; $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$; $\text{tg}\phi = \frac{X_L - X_C}{R}$; $\cos\phi = \frac{R}{Z}$

$I_e = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$; $V_e = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}}$; $V_e = ZI_e$; $\mathcal{P}_{med} = I_eV_e\frac{R}{Z}$

PARTE I

1. (1,5 val) Um carro segue a 100 km/h numa autoestrada. A dada altura acelera uniformemente durante 4,00 s até atingir os 120 km/h, permanecendo mais 5,00 s a essa rapidez. Qual a distância percorrida pelo carro durante o movimento acima descrito? (Assuma movimento retilíneo.)

A. 122 m **B.** 156 m **C.** 168 m **D.** 289 m **E.** 322 m **F.** 426 m

O movimento divide-se em duas partes: uma de MRUV, em que se percorre uma distância d_1, e outra de MRU, em que se percorre d_2. No MRUV temos, passando ao SI (100 km/h = 27,78 m/s e 120 km/h = 33,33 m/s) e notando que $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(33{,}33 - 27{,}78)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{4{,}00\ \text{s}} = 1{,}39\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$,

$$d_1 = x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow d_1 = \left(27{,}78\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(4{,}00\ \text{s}) + \frac{1}{2}\left(1{,}39\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(4{,}00\ \text{s})^2 = 122{,}2\ \text{m}$$

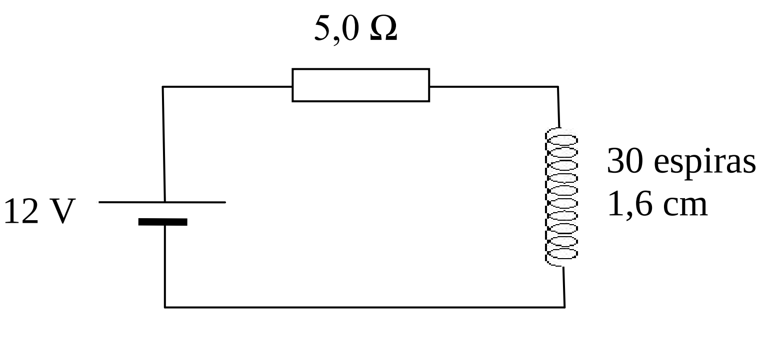
No MRU temos

$$d_2 = x - x_0 = vt \Leftrightarrow d_2 = \left(33{,}33\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)(5{,}00\ \text{s}) = 166{,}6\ \text{m}$$

No total o carro percorre então (a 3 AS) 122,2 m + 166,6 m = 289 m.

2. (1,5 val) O circuito abaixo encontra-se em regime de corrente contínua e constante. A bobina não tem resistência, mede 1,6 cm e tem 30 espiras. Qual a magnitude do campo magnético na bobina?

A. 5,7 mT
B. 12 mT
C. 19 mT
D. 26 mT
E. 42 mT
F. 59 mT



O campo magnético na bobina é dado por $B = \mu_0 n I$, com $n = \frac{N}{l}$ a densidade de espiras. Para o determinar, vamos precisar de calcular a corrente I, que podemos achar da a lei de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} \Leftrightarrow I = \frac{12\ \text{V}}{5{,}0\ \Omega} = 2{,}4\ \text{A}$$

(Note-se que se a bobina tivesse resistência, teriamos que somar essa resistência aos 5,0 Ω.) O campo magnético é então

$$B = \left(4\pi \times 10^{-7}\,\frac{\text{T.m}}{\text{A}}\right)\frac{30}{0{,}016\ \text{m}}(2{,}4\ \text{A}) = 5{,}65 \times 10^{-3}\ \text{T} \quad (5{,}7\ \text{mT})$$

3. **(1,5 val)** Um condensador de placas paralelas sem dielétrico foi colocado sob uma d.d.p. de 50 V. Sabendo que as placas têm 5,0 cm^2 de área e há 1,2 mm de distância entre elas, qual a energia eletrostática acumulada aos seus terminais?

A. 0,78 nJ **B.** 1,2 nJ **C.** 1,8 nJ **D.** 2,2 nJ **E.** 3,6 nJ **F.** 4,6 nJ

A energia eletrostática é dada por $E = \frac{1}{2}CV^2$. Precisamos de encontrar a capacidade do condensador plano, que é, no SI,

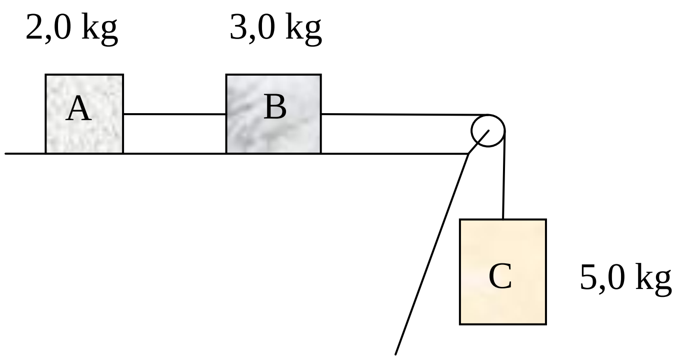
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Leftrightarrow C = \left(8{,}85 \times 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N.m}^2}\right) \frac{5{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^2}{0{,}0012\ \mathrm{m}} = 3{,}69 \times 10^{-12}\ \mathrm{F} \quad (3{,}69\ \mathrm{pF})$$

A energia acumulada é então de

$$E = \frac{1}{2}(3{,}69 \times 10^{-12}\ \mathrm{F})(50\ \mathrm{V})^2 = 4{,}61 \times 10^{-9}\ \mathrm{J} \quad (4{,}6\ \mathrm{nJ})$$

4. **(1,0 val)** Observe a montagem na figura abaixo (v.s.f.f.), na qual os blocos A, B deslizam *sem atrito*. Qual intensidade da força de tensão na corda que liga A a B? m_A = 2,0 kg ; m_B = 3,0 kg ; m_C = 5,0 kg

A. 2,5 N **B.** 5,2 N **C.** 9,8 N **D.** 15 N **E.** 20 N **F.** 36 N



Há várias formas de resolver este problema. Uma delas é marcar forças e aplicar a 2ª lei de Newton. Aqui vamos, ao invés, seguir o seguinte raciocínio muito simples:

"Não havendo atritos, segundo a direção de movimento, apenas atua uma força exterior, o peso do corpo C. Este peso vai puxar toda uma massa de $m_A + m_B + m_C = 10\ kg$, conferindo pois ao sistema uma aceleração de

$$a = \frac{F}{m_{tot}} = \frac{5g}{10} = \frac{g}{2} \quad \text{(SI)}$$

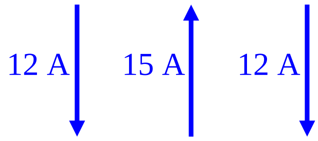
Agora, para puxar o corpo A em particular, a força responsável é (o par d)a tensão entre A e B. Para conferir ao corpo A uma aceleração de $\frac{g}{2}$, essa tensão terá então de ser

$$F_T^{AB} = m_A a = 2\frac{g}{2} = 9{,}8\ \mathrm{N}."$$

5. (1,0 val) Considere três fios condutores retilíneos e longos, dispostos paralela e coplanarmente uns ao outros, e separados por 4,00 cm. O fio do meio conduz uma corrente de 15,0 A num sentido e os das pontas conduzem correntes de 12,0 A em sentido contrário. Quanto vale a força magnética sobre os condutores das pontas, por cada 1,50 m de fio?

A. 810 μN **B.** 760 μN **C.** 540 μN **D.** 480 μN **E.** 360 μN **F.** 120 μN

Um desenho ajudará a compreender a situação:



A força por unidade de comprimento sob um dos condutores das pontas pode ser calculada pela expressão de Lorentz ($\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$) conjugada com a lei de Biot-Savart ($d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$), que, após alguns cálculos, leva a $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d_{12}}$.

No caso em questão o condutor da direita (ou da esquerda, tanto faz – a situação é simétrica) interage com *duas* correntes e (não apenas uma), de modo que temos *duas* contribuições para a força por unidade de comprimento. E é aqui que começamos a ter de ter cuidado: a força magnética pode ser atrativa ou repulsiva, conforme a orientação relativa entre as correntes (respetivamente igual ou oposta). No nosso caso, a força entre as correntes das pontas é atrativa e a entre a do meio e da ponta direita repulsiva. Designando a direita como +*x* vem então, segundo o eixo dos *xx* e atendendo aos dados do enunciado,

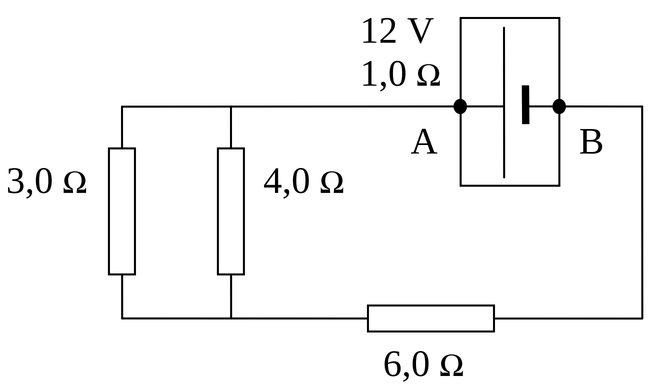
$$\frac{F}{l} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{(12{,}0\text{ A})(12{,}0\text{ A})}{2(0{,}0400\text{ m})} + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{(15{,}0\text{ A})(12{,}0\text{ A})}{0{,}0400\text{ m}} = 5{,}40 \times 10^{-4}\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Recordemos que esta é a força por 1 m de condutor. Para 1,50 m temos

$$F = (1{,}50\text{ m})\left(5{,}40 \times 10^{-4}\,\frac{\text{N}}{\text{m}}\right) = 8{,}10 \times 10^{-4}\,\frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (810\ \mu\text{N})$$

6. (1,5 val) Na montagem abaixo, a fonte de alimentação tem uma resistência interna de 1,0 Ω. Qual a diferença de potencial (d.d.p.) aos terminais da fonte, i.e. V_{AB}?

A. 1,4 V
B. 2,4 V
C. 3,2 V
D. 5,7 V
E. 8,3 V
F. 10,6 V



A tensão aos terminais do gerador, V_{AB}, depende da corrente que dele sai: $V_{AB} = \varepsilon - rI$, com r a resistência interna do gerador. Temos pois de calcular a corrente que sai do gerador, a qual pode ser obtida de $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, com R a resistência equivalente do circuito.

As resistências de 3,0 e 4,0 Ω estão em paralelo entre si, e o seu equivalente está em série com a de 6,0 Ω. Temos pois, das regras de associação de resitências,

$$R_{34} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)}\ \Omega = 1{,}71\ \Omega \quad ; \quad R = 1{,}71\ \Omega + 6{,}0\ \Omega = 7{,}71\ \Omega$$

A corrente é então $I = \frac{12\ \mathrm{V}}{7{,}71\ \Omega + 1{,}0\ \Omega} = 1{,}38\ \mathrm{A}$ e temos finalmente, a 3 AS,

$$V_{AB} = 12\ \mathrm{V} - (1{,}0\ \Omega)(1{,}38\ \mathrm{A}) = 10{,}6\ \mathrm{V}$$

PARTE II

1. Uma bicicleta desloca-se à rapidez constante de 20,0 km/h. As suas rodas têm 1,00 kg de massa e 70,0 cm de diâmetro. A massa do resto da bicicleta é de 10,0 kg e a do ciclista 70,0 kg.

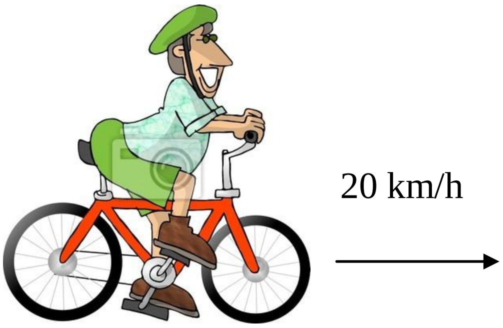
Calcule:

a. (0,5 val) A velocidade angular das rodas.

b. (1,5 val) A energia cinética total da bicicleta (translação + rotação).

c. (1,0 val) O número de rotações descritas pelas rodas se a bicicleta reduzir a velocidade angular dessas à taxa de 3,00 rad/s^2, até se imobilizar.

Dados: $I_{\text{roda}} = MR^2$.



A velocidade angular, ω, pode ser calculada de $v = \omega R$. Passando ao SI temos $v = \frac{20{,}0}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 5{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ e

$$\omega = \frac{v}{R} \Leftrightarrow \omega = \frac{5{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{0{,}700\text{ m}}{2}} = 15{,}88\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad \left(15{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$$

A energia cinética total tem, como indicado, uma parte referente à translação e outra à rotação. A energia de translação é simplesmente

$$E_c^{\text{trans}} = \frac{1}{2}m_{tot}v_{CM}^2 \Leftrightarrow E_c^{\text{trans}} = \frac{1}{2}\left(\underbrace{2\times 1{,}00\text{ kg}}_{\text{2 rodas}} + \underbrace{10{,}0\text{ kg}}_{\text{resto bicicl.}} + \underbrace{70{,}0\text{ kg}}_{\text{ciclista}}\right)\left(5{,}56\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1267\text{ J}$$

Quanto à energia cinética de rotação, ela é $E_c^{\text{rot}} = \frac{1}{2}I\omega^2$. Agora há que notar que só as rodas estão a girar, e que há duas delas. Temos então

$$E_c^{\text{rot}} = 2\times\frac{1}{2}I_{\text{roda}}\omega^2 \Leftrightarrow E_c^{\text{rot}} = m_{\text{roda}}\omega^2 \Leftrightarrow E_c^{\text{rot}} = (1{,}00\text{ kg})\left(\frac{0{,}700\text{ m}}{2}\right)^2\left(15{,}88\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)^2 = 30{,}9\text{ J}$$

No total $E_c = E_c^{\text{trans}} + E_c^{\text{rot}} = 1297{,}9\text{ J}\ \ (1300\text{ J})$.

Finalmente, se a bicicleta desacelerar à taxa $\alpha = -3{,}00\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$ (o sinal menos aparece porque a velocidade angular se reduz), o movimento das rodas é um MCUV (movimento circular uniformemente variado) e temos, de $\omega = \omega_0 + \alpha t$, que as rodas levam

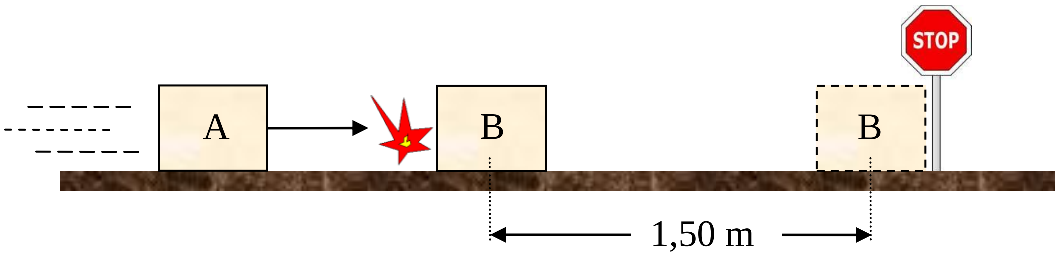
$$0 = \omega_0 + \alpha t \Leftrightarrow 0 = 15{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}} - \left(3{,}00\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)t \Leftrightarrow t = 5{,}30\text{ s}$$

a parar. Isso corresponde a um ângulo varrido pelas rodas de

$$\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \Leftrightarrow \Delta\theta = \left(15{,}9\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)(5{,}30\text{ s}) - \frac{1}{2}\left(3{,}00\,\frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)(5{,}30\text{ s})^2 \Leftrightarrow \Delta\theta = 42{,}13\text{ rad}$$

Escrito em termos de rotações, são $\frac{42{,}13}{2\pi}\text{ rot} = 6{,}70\text{ rot}$.

2. Na figura abaixo o bloco A, de 4,00 kg de massa, embate frontalmente com o bloco B, de 5,00 kg de massa e inicialmente em repouso. Imediatamente após o choque,o bloco A passa a mover-se com rapidez 1,20 m/s, no mesmo sentido que tinha antes do choque, e o bloco B desliza sob atrito (com μ_k = 0,475) até se imobilizar 1,50 m mais à frente.



Calcule:

a. (1,0 val) A rapidez de B imediatamente após o embate.

b. (1,0 val) A rapidez com que A embate em B. Se não conseguiu resolver a alínea anterior, assuma $v_B^{\text{após}}$ = 3,00 m/s.

c. (1,0 val) A energia disspada na colisão. O que aconteceu a essa energia?

Em problemas de colisões é comum usar-se a conservação de momento linear. Vejamos se isto será suficiente. Segundo a direção do movimento temos (seja o sentido positivo para a direita, e 'i' e 'f' os instantes inicial e final),

$$p_i = p_f \rightarrow m_A v_{Ai} + m_B v_{Bi} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \Leftrightarrow (4{,}00\ \text{kg})v_{Ai} + 0$$
$$= (4{,}00\ \text{kg})\left(1{,}20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + (5{,}00\ \text{kg})v_{Bf}$$

Como vemos, há duas incógnitas para uma equação. Como não temos nenhuma indicação no enunciado que permita determinar v_{Ai}, teremos de encontrar v_{Bf} de outra forma. Vejamos p.ex. se o o teorema $W_{NC} = \Delta E_m$ no trajeto de 1,50 m de B até parar nos pode ajudar. Como nesse trajeto o atrito é a única força não conservativa a atuar e dado que, por definição, $W_{f_k} = \vec{f_k} \cdot \Delta\vec{r} = f_k \Delta r(-1)$, temos

$$W_{NC} = \Delta E_m \rightarrow -f_k \Delta r = E_m^{\text{stop}} - E_{mf} \Leftrightarrow -\mu_k m g \Delta r = 0 - \frac{1}{2} m v_{Bf}^2 \Leftrightarrow v_{Bf} = \sqrt{2\mu_k g \Delta r} \Leftrightarrow v_{Bf}$$
$$= \sqrt{2(0{,}475)\left(9{,}8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(1{,}50\ \text{m})} = 3{,}737\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(3{,}7\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

Podemos agora reaproveitar a equação proveniente da conservação de momento linear para determinar v_{Ai}:

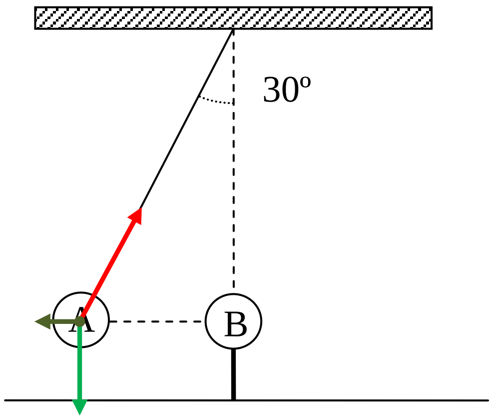
$$(4{,}00\ \text{kg})v_{Ai} + 0 = (4{,}00\ \text{kg})\left(1{,}20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + (5{,}00\ \text{kg})v_{Bf} \Leftrightarrow v_{Ai}$$
$$= \frac{(4{,}00\ \text{kg})\left(1{,}20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) + (5{,}00\ \text{kg})\left(3{,}737\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{(4{,}00\ \text{kg})} = 5{,}87\frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(5{,}9\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

Finalmente, a 'dissipação de energia' na colisão é simplesmente a diferença entre a energia mecânica antes e depois da colisão:

$$\Delta E_m^{\text{colisão}} = E_{cf} - E_{ci} \Leftrightarrow \Delta E_m^{\text{colisão}} = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 - \left(\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bi}^2\right) \Leftrightarrow \Delta E_m^{\text{colisão}}$$
$$= \frac{1}{2}(4{,}00\ \text{kg})\left(1{,}20\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \frac{1}{2}(5{,}00\ \text{kg})\left(3{,}737\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}(4{,}00\ \text{kg})\left(5{,}87\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 0\right)$$
$$= -31{,}11\ \text{J} \quad (-31{,}1\ \text{J})$$

Esta energia não desaparece. Ela é apenas transformada em aquecimento dos blocos no processo de colisão.

3. (3,0 val) Na figura ao lado, A e B são corpos massivos e carregados e a situação é de repouso, sendo que a carga B está presa por uma vara vertical e a carga A está dependurada de um pêndulo (se retirarmos a carga B, a carga A passaria a descrever um movimento pendular). A carga A é de 2,50 µC e a carga B de 4,20 µC. As cargas estão exatamente à mesma altura. O comprimento da corda do pêndulo é de 18,6 cm e faz 30º com a vertical. Calcule a massa da carga A.



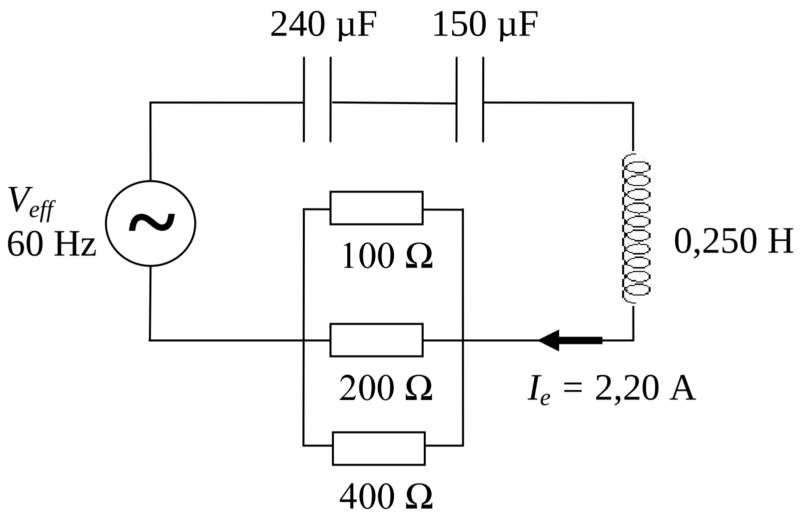
Marcámos na figura as forças em ação sobre a carga A: tensão (vermelho), peso (verde claro), força eletrostática (verde escuro). Num referencial *xy* usual a 1ª lei de Newton e a lei de Coulomb dão-nos

$$\begin{cases} x:\ -F_e + F_{Tx} = 0 \\ y:\ F_{Ty} - F_g = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -k_e \dfrac{q_A q_B}{r_{AB}^2} + F_T \operatorname{sen} 30º = 0 \\ F_T \cos 30º = mg \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F_T \cdot \dfrac{1}{2} = k_e \dfrac{q_A q_B}{(L_{AB} \operatorname{sen} 30º)^2} \\ F_T \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = mg \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F_T = 2k_e \dfrac{q_A q_B}{\frac{1}{4} L_{AB}^2} \\ 2k_e \dfrac{q_A q_B}{\frac{1}{4} L_{AB}^2} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = mg \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ m = 4\sqrt{3} \dfrac{k_e}{g} \dfrac{q_A q_B}{L_{AB}^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ m = 4\sqrt{3} \dfrac{\left(8{,}99 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}\right)}{\left(9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \dfrac{(2{,}50 \times 10^{-6}\ \text{C})(4{,}20 \times 10^{-6}\ \text{C})}{(0{,}186\ \text{m})^2} = 1{,}93\ \text{kg} \end{cases}$$

4. Considere o circuito RLC abaixo. Nele, a tensão indicada é uma tensão efetiva.



Calcule:

a. **(0,8 val)** A resistência e capacidade equivalentes das associações de condensadores e resistências do circuito.

b. **(1,2 val)** A tensão eficaz do gerador, V_{eff}.

c. **(0,4 val)** O ângulo de fase entre a corrente e a tensão.

d. **(0,6 val)** A potência média transmitida pelo gerador ao circuito.

É fácil de ver que as resistências estão em paralelo e os condensadores em série. Aplicando as regras de associações para os elementos respetivos vem

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{240\ \mu\text{F}} + \frac{1}{150\ \mu\text{F}}\right)^{-1} = 92{,}3\ \mu\text{F} \quad ; \quad R_{eq} = \left(\frac{1}{100\ \Omega} + \frac{1}{200\ \Omega} + \frac{1}{400\ \Omega}\right)^{-1} = 57{,}1\ \Omega$$

Quanto à tensão eficaz, para a calcular precisamos da impedância, Z. Temos, usando as quantidades equivalentes e atendendo às definições das reatâncias, $X_L = \omega L$ e $X_C = \frac{1}{\omega C}$, $(\omega = 2\pi f)$

$$Z = \sqrt{R_{eq}^2 + \left(X_L - X_{C_{eq}}\right)^2} \Leftrightarrow Z$$

$$= \sqrt{(57{,}1\ \Omega)^2 + \left(2\pi(60\ \text{Hz})(0{,}250\ \text{H}) - \frac{1}{2\pi(60\ \text{Hz})(92{,}3 \times 10^{-6}\ \text{F})}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(57{,}1\ \Omega)^2 + (94{,}25\ \Omega - 28{,}74\ \Omega)^2} = 86{,}9\ \Omega$$

Aplicando agora a lei de Ohm para a corrente alternada vem finalmente

$$V_{eff} = Z I_{eff} \Leftrightarrow V_{eff} = (86{,}9\ \Omega)(2{,}20\ \text{A}) = 191\ \text{V}$$

O ângulo de fase pode ser calculado p.ex. de $\phi = \text{arctg}\frac{X_L - X_C}{R}$:

$$\phi = \arctan\left(\frac{94{,}25\ \Omega - 28{,}74\ \Omega}{57{,}1\ \Omega}\right) \Leftrightarrow \phi = 48{,}9^{\text{o}}$$

Finalmente, a potência média pode ser calculada de $P_{med} = I_{eff}V_{eff}\cos\phi$ (ou $P_{med} = RI_{eff}^2$). Substituindo valores temos

$$P_{med} = (2{,}20\ \text{A})(191\ \text{V})\cos(48{,}9º) = 276\ \text{W}$$

FIM