



Elementos de Análise Infinitesimal I | 21030

Período de Realização

Decorre de 5 a 12 de dezembro de 2019

Data de Limite de Entrega

12 de dezembro de 2019, até às 23h55 de Portugal Continental

Tema

Limites, continuidade e cálculo diferencial

Trabalho a desenvolver

Resolução dos três grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 3 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. (0,6 valor) Calcule o seguinte limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x) - x}{\operatorname{sen}^2(x)}.$$

2. (1,8 valor) Considere uma constante $0 < a \leq 1$ fixa.

2.1. Mostre que $(1 + t)^a \leq 1 + t^a$ para qualquer $t \in [0, 1]$.

[Sugestão: Estude a monotonia da função $[0, 1] \ni t \mapsto 1 + t^a - (1 + t)^a$]

2.2. Prove que

$$(x + y)^a \leq x^a + y^a, \quad \forall x, y \geq 0.$$

2.3. Considere uma série $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^a$ convergente e de termos não negativos. Sem perda de generalidade, suponha que $x_n^a \leq 1$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Mostre que a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} x_n$$

é convergente e

$$\left(\sum_{n=1}^{\infty} x_n \right)^a \leq \sum_{n=1}^{\infty} x_n^a.$$

3. (0,6 valor) Verifique que a função

$$f(x) = \operatorname{sen}(\pi x) + 2x^3 - 4$$

tem uma raiz no intervalo $[1, 2]$. Por recurso ao teorema de Rolle verifique que essa raiz é única.

FIM