E-fólio A | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa/Ana Valadares

ANO LETIVO: 2023-24

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1

(a) Vamos resolver a questão no referencial da figura. Para determinar a rapidez necessitamos das componentes horizontais e verticais da velocidade no instante de lançamento. Tratando-se de um projétil, a componente horizontal é simples de encontrar aplicando a lei do movimento segundo x entre o lançamento e embate:

$$x = x_0 + v_{0x}t \rightarrow 4{,}0 = 0 + v_{0x} \cdot 2{,}5 \Leftrightarrow v_{0x} = \frac{4{,}0}{2{,}5} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Quanto à componente vertical, há que combinar as leis do movimento segundo y referentes à velocidade e posição. Assim, notando que na altura máxima a velocidade vertical é nula e substituindo dados do enunciado, temos

$$v_y = v_{0y} - gt \rightarrow 0 = v_{0y} - gt \Leftrightarrow t = \frac{v_{0y}}{g}$$

em que t se refere ao instante de altura máxima. Substituindo agora na posição vertical vem, para esse instante,

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow 4{,}0 = 2{,}0 + v_{0y} \cdot \frac{v_{0y}}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2 \Leftrightarrow 2{,}0 = \frac{1}{2}g\left(\frac{v_{0y}}{g}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 2{,}0 = \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} \Leftrightarrow v_{0y}^2 = 4{,}0g \Leftrightarrow v_{0y} = 2\sqrt{g} = 6{,}261\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A rapidez inicial é então, a 2 AS,

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{1{,}6^2 + 6{,}261^2} = 6{,}462\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(6{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

e o ângulo de lançamento

$$\theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}}\right) \Leftrightarrow \theta = \mathrm{arctg}\left(\frac{6{,}261}{1{,}6}\right) = 1{,}3206\,\mathrm{rad} \quad (76^{\mathrm{o}})$$

(b) Ao embater na parede a velocidade horizontal é a mesma do lançamento (1,6 m/s). Já a velocidade vertical é

$$v_y = v_{0y} - gt \rightarrow v_y = 6{,}261 - 9{,}8 \cdot 2{,}5 = -18{,}24\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Combinando temos

$$\vec{v} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{i}} - 18\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$$

Recorde-se que a velocidade é um *vetor*. Daí estar escrito sob a forma de uma combinação de versores ortonormados.

(c) A velocidade média é, por definição, $\vec{v}_{\mathrm{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Sabemos do enunciado que $\Delta t = 2{,}5\ \mathrm{s}$ pelo que vamos precisar apenas das componentes x e y do deslocamento $\Delta\vec{r}$. Para x temos $\Delta x = 4{,}0 - 0 = 4{,}0\ \mathrm{m}$. Para y precisamos de saber a altura do ponto de embate, medido a partir da beira do prédio de lançamento. Esta é

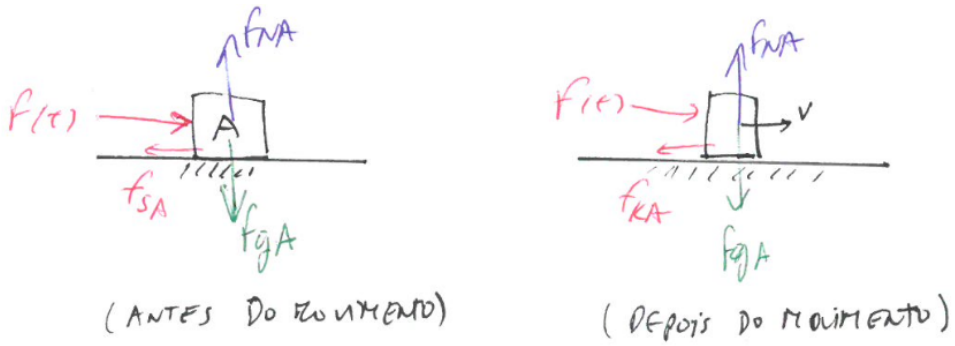
$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow y = 2{,}0 + 6{,}261 \cdot 2{,}5 - \frac{1}{2}9{,}8 \cdot 2{,}5^2 \Leftrightarrow y = -12{,}97\ \mathrm{m}$$

O deslocamento é então $\Delta\vec{r} = 4{,}0\ \mathrm{m}\,\hat{\mathbf{i}} - 12{,}97\ \mathrm{m}\,\hat{\mathbf{j}}$ e temos

$$\vec{v}_{\mathrm{med}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \rightarrow \vec{v}_{\mathrm{med}} = \frac{4{,}0\ \mathrm{m}\,\hat{\mathbf{i}} - 12{,}97\ \mathrm{m}\,\hat{\mathbf{j}}}{2{,}5} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{i}} - 5{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,\hat{\mathbf{j}}$$

Q2

Marcando forças temos



(a) O bloco inicia movimento quando F superar a força de atrito estático máxima, que é (notar que aqui temos $F_{NA} = F_{gA}$)

$$f_s^{\max} = \mu_s F_{NA} \rightarrow f_s^{\max} = \mu_s m_A g \Leftrightarrow f_s^{\max} = 1{,}2 \cdot 3{,}0 \cdot 9{,}8 = 35{,}28 \text{ N}$$

A força F toma este valor para

$$F(t) = 35{,}28 \Leftrightarrow 2{,}4t = 35{,}28 \Leftrightarrow t = \frac{35{,}28}{2{,}4} = 14{,}7 \text{ s}$$

A partir deste momento, e durante 1,0 s, F fica fixa em 35,28 N

(b) Há várias formas de obter a rapidez pretendida. A mais simples é talvez calcular o impulso exercido sobre A durante o intervalo de tempo de 1,0 s em que F atua com o bloco em movimento e aplicar o teorema de impulso-momento, seguido de considerações de energia. O impulso total é a soma dos impulsos de F e do atrito cinético. Projetado segundo x, com +x para a direita, este impulso é: (recordar que o impulso é um vetor)

$$I = I_F + I_{f_k} \rightarrow I = F\Delta t - f_k \Delta t \Leftrightarrow I = 35{,}28 \cdot 1 - \mu_k m_A g \cdot 1 \Leftrightarrow I$$
$$= 35{,}28 \cdot 1 - 0{,}85 \cdot 3.0 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 10{,}29 \text{ N.s}$$

Do teorema de impulso-momento, $\vec{I} = \Delta\vec{p}$, vem agora, segundo x,

$$I = \Delta p \rightarrow 10{,}29 = m_A \Delta v_A \Leftrightarrow v_A - 0 = \frac{10{,}29}{3{,}0} \Leftrightarrow v_A = 3{,}43\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Deixa-se ao estudante reproduzir este resultado usando p.ex., cálculos de cinemática.

(c) Do teorema de trabalho-energia temos simplesmente

$$W_{tot} = \Delta E_c \rightarrow W_{tot} = \frac{1}{2} m_A \Delta v_A^2 \Leftrightarrow W_{tot} = \frac{1}{2} 3{,}0 \cdot 3{,}43^2 = 17{,}65\ \mathrm{J} \quad (18\ \mathrm{J})$$

Deixa-se ao estudante interessado obter a contribuição de F e do atrito para este total.

(d) Precisamos de obter a velocidade de B após o embate. Na colisão o momento linear é conservado e, dado que a colisão é elástica, também a energia cinética é conservada. Juntando ambas as condições temos o sistema de equações não lineares:

$$\Delta p = 0 \rightarrow p_{Ai} + p_{Bi} = p_{Af} + p_{Bf}, \qquad \Delta E_c = 0 \rightarrow E_{cA,i} + E_{cB,i} = E_{cA,f} + E_{cB,f}$$

que, substituindo valores do enunciado, se torna ($v_{Ai} = v_A$ da alínea anterior)

$$\begin{matrix} m_A v_{Ai} + 0 = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \\ \frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2 + 0 = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 3{,}0 \cdot 3{,}43 = 3{,}0 v_{Af} + 2{,}5 v_{Bf} \\ \frac{1}{2} 3{,}0 \cdot 3{,}43^2 = \frac{1}{2} 3{,}0 v_{Af}^2 + \frac{1}{2} 2{,}5 v_{Bf}^2 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} 10{,}29 = 3{,}0 v_{Af} + 2{,}5 v_{Bf} \\ 17{,}65 = 1{,}5 v_{Af}^2 + 1{,}25 v_{Bf}^2 \end{matrix}$$

Resolvendo por substituição ou recorrendo p.ex., a wolframalpha.com temos dois conjuntos de soluções:

$$v_{Af} = 0{,}3116\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \qquad v_{Af} = 3{,}43\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
$$v_{Bf} = 3{,}742\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \qquad v_{Bf} = 0{,}00\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

O 2º conjunto (direita) corresponde a A passar por B sem colidir. É, pois, o primeiro conjunto que nos interessa. Após o embate B balança no pêndulo chegando a uma altura máxima que pode ser calculada da conservação de energia mecânica (o pêndulo é um sistema conservativo; apenas o peso realiza trabalho nas oscilações). Definindo a origem do potencial gravítico no solo e considerando a situação imediatamente após o embate (1) e no topo da subida do pêndulo (2) temos

$$\Delta E_m^{1\to 2} = 0 \Leftrightarrow E_{m1} = E_{m2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 + 0 = 0 + m_B g h_{\max} \Leftrightarrow h_{\max} = \frac{v_{Bf}^2}{2g} \Leftrightarrow h_{\max}$$
$$= \frac{3{,}742}{2 \cdot 9{,}8} = 0{,}191\ \mathrm{m} \quad (19\ \mathrm{cm})$$