Análise Estatística - Prova de 14 julho 2016
21008

Critérios de Correção e orientações de resposta

Apresenta-se uma proposta de resolução e critérios para a prova de Exame. Os alunos de p-fólio podem fazer a correspondência com as questões desta prova.

Questão I
a) (2val) [1,5v no p-fólio, pede menos cálculos]

O quadro completo obtém-se através do conhecimento das propriedades das funções de probabilidade conjunta e marginais de variáveis aleatórias do tipo discreto, como é o caso.

$\sum\sum f_{XY}(x,y)=1$ → Soma das probabilidades conjuntas é igual a 1 (interior do quadro)

$\sum f_X(x)$ e $\sum f_Y(y)=1$ (a soma das probabilidades marginais é 1 (última linha e última coluna do quadro).

Também deve saber-se que a soma das colunas dá a função marginal de X - $P(X=x_i)$; e que a soma em linha dá a função marginal de $Y - P(Y=y_j)$

- o aluno deve apresentar os cálculos que conduzem aos resultados e deve apresentar o quadro completo.

Exemplo: Probabilidade conjunta $P(X=0, Y=4)$ pode obter-se pela diferença entre a probabilidade do enunciado, a marginal em $X=0$, e as outras duas prob. conjuntas.

$$P(X=0;\ Y=4)=0{,}17-0{,}08-0{,}05=\underline{0{,}04}$$

Aplicando raciocínio idêntico e sabendo que $P(Y=2) =$
$= P(Y=4)$ [marginal de Y em $y=2$ e $y=4$ são iguais)

Podemos de seguida obter $P(Y=4) = \underbrace{0{,}04}_{\text{anterior}} + 0{,}2 + 0{,}06 = 0{,}3$

e de imediato temos $P(Y=2) = 0{,}3$.

Quadro final

$Y \backslash X$	0	1	2	$P(Y=y_j)$
2	0,08	0,1	0,2	0,3
3	0,05	0,05	0,3	0,4
4	0,04	0,2	0,06	0,3
$P(X=x_i)$	0,17	0,35	0,48	1

→ marginal de Y

função marginal de X

Concluimos que as variáveis X e Y Não são independentes pois existe pelo menos um caso em que a probabilidade conjunta entre X e Y é diferente do produto das funções marginais. Por exemplo
$P(X=1; Y=3) = 0{,}05$ (conjunta para $X=1$, $Y=3$)
é diferente do produto das marginais entre $X=1$ e $Y=3$, ou seja $P(X=1) = 0{,}35$ e $P(Y=3) = 0{,}4$
$P(X=1) \times P(Y=3) = 0{,}35 \times 0{,}4 = 0{,}14 \neq 0{,}05$!!

b) (2,0 val)

Nesta alinea o estudante deveria:
- indicar a variável em estudo
- indicar a probabilidade pedida
- indicar qual a lei de distribuição que se aplica
- ⇒ apresentar cálculos e resultados

Situação:

- uma amostra de 4 estudantes ao acaso
- o acontecimento de interesse é o estudante (nestes 4), que visita a sala de exposições exatamente 1 vez. [acontecimento sucesso]
- variável em estudo: K → número de estudantes que visitaram a sala de exposições apenas 1 vez numa amostra de 4 selecionados ao acaso.
- $n=4$ $p=0{,}35$ (igual a $P(X=1)$ do quadro)

A lei que se aplica é a Lei Binomial pois supomos que a probabilidade de sucesso p é a mesma para cada estudante

- Probabilidade pedida $P(1 \leq K \leq 2)$ → haver de 1 a 2 estudantes, em 4, que foram apenas 1 vez à exposição. Há 2 casos possíveis $K=1$ e $K=2$. (aceitou-se como correta algumas interpretações em que o aluno colocou intervalo aberto, mas calculou corretamente)

Lei Binomial (formulário) →

$$P(1 \leq K \leq 2) = \binom{4}{1}(0{,}35)^1(1-0{,}35)^{4-1} + \binom{4}{2}(0{,}35)^2(0{,}65)^2$$

$= 0{,}6950125$ (aceitam-se 3 casas decimais)

c) (2,0 val) → Aplicação da Lei Poisson aproximada pela distribuição Normal

o aluno deveria:

- identificar os parâmetros da Poisson $\lambda = 5$/hora
- identificar a probabilidade pedida e ajustar os parâmetros para o período de $2 \times 8 = 16$ horas
- Calcular a probabilidade pedida tendo em conta que λ é grande