

“

ANÁLISE INFINITESIMAL | 21175

Período de Realização

Decorre de 6 de dezembro a 16 de dezembro de 2024.

Data de Limite de Entrega

16 de dezembro de 2024, até às 23h55m00s de Portugal Continental

Temas

Derivadas e diferenciabilidade. Aplicações do cálculo diferencial.

Recursos

Podem ser utilizados todos os recursos da unidade curricular bem como o formulário disponibilizado neste e-fólio. Outros textos podem também ser utilizados, desde que referindo explicitamente a fonte. O e-fólio é um trabalho individual.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios:

- rigor formal no uso de fórmulas e de resultados,
- indicação explícita dos cálculos efectuados e correcção dos mesmos,
- clareza e coerência na resolução dos problemas,
- adequada justificação das respostas.

O e-fólio B está cotado para 4 valores, segundo a distribuição:

alínea	1	2	3	4	5	6 a)	6 b)	6 c)	6 d)	total
cotação	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	4 val.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio a partir da Folha de Resolução disponibilizada em anexo ao e-fólio e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4. A resolução pode ser manuscrita desde que de uma forma clara e totalmente legível. Nas perguntas de desenvolvimento a apresentação dos cálculos efectuados deve ser feita com clareza e sem recurso a software de folhas de cálculo. *Nas perguntas de escolha múltipla basta apresentar a escolha.*

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA. Preferencialmente em formato PDF.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas. Apenas serão avaliadas as provas submetidas dentro do prazo e através do dispositivo E-fólio A.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Clarence Protin, Pamela Pacciani e Inês Legatheaux Martins.

Enunciado dos exercícios a resolver

Escolha múltipla

1. Seja a função real de variável real definida por $f(x) = 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$,
onde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) A função f é diferenciável em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $f'(x) = 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$,
onde $x \neq 0$.
- b) A função f é diferenciável em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) - 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,
onde $x \neq 0$.
- c) A função f é diferenciável em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{3}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,
onde $x \neq 0$.
- d) A função f é diferenciável em \mathbb{R} e $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) + 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,
onde $x \in \mathbb{R}$.

2. Considere a função real de variável real definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3} & \text{se } x > 1 \\ \sqrt{1-x} & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) A função g é diferenciável mas não é contínua em $x = 3$.
- b) A função g é diferenciável no seu domínio.
- c) A função g é contínua mas não é diferenciável em $x = 1$.
- d) A função g é diferenciável em $x = 1$.

3. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função diferenciável em \mathbb{R} tal que $f'(0) \neq 0$. Considere a função h definida por $h(x) = f(\cos(2x - \pi))$, $x \in \mathbb{R}$.

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) $h'(-\frac{\pi}{4}) = 2f'(0)$.
- b) $h'(\frac{\pi}{4}) = -2f'(0)$.
- c) $h'(\frac{\pi}{4}) = h'(-\frac{\pi}{4})$.
- d) $h'(\frac{\pi}{4}) = 2f'(0)$.

4. Seja a função real de variável real definida por $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$, onde $x > 1$.

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 2$.
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = +\infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = -2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 1$.

5. Seja $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função real de variável real tal que $f'(x) = \frac{x^2+1}{x^2+x}$.

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) A função f tem a concavidade virada para baixo no intervalo $[1 - \sqrt{2}, 0]$.
- b) A função f tem a concavidade virada para baixo no intervalo $[1 + \sqrt{2}, +\infty]$.
- c) O ponto $(0, f(0))$ é um ponto de inflexão do gráfico de f .
- d) O ponto $(1 - \sqrt{2}, f(1 - \sqrt{2}))$ não é um ponto de inflexão do gráfico de f .

Desenvolvimento

6. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função real de variável real definida por $f(x) = xe^x - 2$, $x \in \mathbb{R}$.
- (a) Sabendo que f é diferenciável em \mathbb{R} , determine a função derivada de f .
 - (b) Determine os intervalos de monotonia de f . Mostre que f tem um mínimo absoluto e determine a sua abcissa (x).
 - (c) Determine o polinómio de Taylor de ordem 4 da função f em torno do ponto $x = 0$.
 - (d) Mostre que a equação $f(x) = 0$ tem uma solução única em \mathbb{R} . Justifique a sua resposta.

FIM