



## **ANÁLISE INFINITESIMAL | 21175**

### **Período de Realização**

Decorre de 6 de dezembro a 16 de dezembro de 2024.

### **Data de Limite de Entrega**

16 de dezembro de 2024, até às 23h55m00s de Portugal Continental

### **Temas**

Derivadas e diferenciabilidade. Aplicações do cálculo diferencial.

### **Recursos**

Podem ser utilizados todos os recursos da unidade curricular bem como o formulário disponibilizado neste e-fólio. Outros textos podem também ser utilizados, desde que referindo explicitamente a fonte. O e-fólio é um trabalho individual.

### **Critérios de avaliação e cotação**

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios:

- rigor formal no uso de fórmulas e de resultados,
- indicação explícita dos cálculos efectuados e correcção dos mesmos,
- clareza e coerência na resolução dos problemas,
- adequada justificação das respostas.

O e-fólio B está cotado para 4 valores, segundo a distribuição:

alínea	1	2	3	4	5	6 a)	6 b)	6 c)	6 d)	total
cotação	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	4 val.

### **Normas a respeitar**

Deve redigir o seu E-fólio a partir da Folha de Resolução disponibilizada em anexo ao e-fólio e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4. A resolução pode ser manuscrita desde que de uma forma clara e totalmente legível. Nas perguntas de desenvolvimento a apresentação dos cálculos efectuados deve ser feita com clareza e sem recurso a software de folhas de cálculo. *Nas perguntas de escolha múltipla basta apresentar a escolha.*

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA. Preferencialmente em formato PDF.

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas. Apenas serão avaliadas as provas submetidas dentro do prazo e através do dispositivo E-fólio A.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Clarence Protin, Pamela Pacciani e Inês Legatheaux Martins.

## Enunciado dos exercícios a resolver

### Escolha múltipla

1. Seja a função real de variável real definida por  $f(x) = 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ , onde  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a)* A função  $f$  é diferenciável em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $f'(x) = 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) + 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ , onde  $x \neq 0$ .
- b)* A função  $f$  é diferenciável em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) - 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ , onde  $x \neq 0$ .
- c)* A função  $f$  é diferenciável em  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  e  $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{3}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ , onde  $x \neq 0$ .
- d)* A função  $f$  é diferenciável em  $\mathbb{R}$  e  $f'(x) = 6x \cos\left(\frac{1}{x}\right) + 3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ , onde  $x \in \mathbb{R}$ .

2. Considere a função real de variável real definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4x+3}{x^2-2x-3} & \text{se } x > 1 \\ \sqrt{1-x} & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) A função  $g$  é diferenciável mas não é contínua em  $x = 3$ .
- b) A função  $g$  é diferenciável no seu domínio.
- c) A função  $g$  é contínua mas não é diferenciável em  $x = 1$ .
- d) A função  $g$  é diferenciável em  $x = 1$ .

3. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função diferenciável em  $\mathbb{R}$  tal que  $f'(0) \neq 0$ . Considere a função  $h$  definida por  $h(x) = f(\cos(2x - \pi))$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a)  $h'(-\frac{\pi}{4}) = 2f'(0)$ .
- b)  $h'(\frac{\pi}{4}) = -2f'(0)$ .
- c)  $h'(\frac{\pi}{4}) = h'(-\frac{\pi}{4})$ .
- d)  $h'(\frac{\pi}{4}) = 2f'(0)$ .

4. Seja a função real de variável real definida por  $f(x) = \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$ , onde  $x > 1$ .

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 2$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = +\infty$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = -2$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x f(x) = 1$ .

5. Seja  $f : \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função real de variável real tal que  $f'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x}$ .

Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- a) A função  $f$  tem a concavidade virada para baixo no intervalo  $]1 - \sqrt{2}, 0[$ .
- b) A função  $f$  tem a concavidade virada para baixo no intervalo  $]1 + \sqrt{2}, +\infty[$ .
- c) O ponto  $(0, f(0))$  é um ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .
- d) O ponto  $(1 - \sqrt{2}, f(1 - \sqrt{2}))$  não é um ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .

## Desenvolvimento

6. Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função real de variável real definida por  $f(x) = xe^x - 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- (a) Sabendo que  $f$  é diferenciável em  $\mathbb{R}$ , determine a função derivada de  $f$ .
  - (b) Determine os intervalos de monotonia de  $f$ . Mostre que  $f$  tem um mínimo absoluto e determine a sua abcissa ( $x$ ).
  - (c) Determine o polinómio de Taylor de ordem 4 da função  $f$  em torno do ponto  $x = 0$ .
  - (d) Mostre que a equação  $f(x) = 0$  tem uma solução única em  $\mathbb{R}$ . Justifique a sua resposta.

FIM