

Nome: .....

B. I.: ..... Nº de Estudante: .....

Curso: ..... Turma: .....

Unidade Curricular: Matemática Finita Código: 21082

Data: ..... Ano Lectivo: 2012/13

Docente: Maria João Oliveira Classificação: .....

O e-Fólio é uma prova TOTALMENTE individual. A suspeita fundamentada de cópia, ou de plágio, é motivo de anulação imediata do mesmo.

## PARA A RESOLUÇÃO DO e-Fólio A, ACONSELHA-SE QUE:

- Imprima este documento (não necessariamente a cores) e preencha devidamente o cabeçalho do exemplar.
- O e-Fólio é composto por 6 grupos de questões, contém 3 páginas e termina com a palavra FIM. Responda às questões de escolha múltipla no espaço destinado a esse efeito. As suas respostas às restantes questões não devem ultrapassar 6 páginas.
- Escreva sempre com uma letra legível.
- Depois de ter realizado o e-Fólio produza um documento único em **formato PDF**, que inclua esta folha de rosto, a folha das escolhas múltiplas e as suas restantes respostas, e insira-o, na página moodle da unidade curricular, em “e-Fólio A” até ao dia 15 de Abril.

## CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO:

- Com excepção das 3 questões de escolha múltipla, justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
- A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.
- Cada questão de escolha múltipla tem a cotação de 0.3 valor. Por cada resposta incorrecta será descontado 0.1 valor. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação mínima destas 3 questões é de 0 valores. A distribuição da cotação é a seguinte:

1-3	ERRADAS				
C	0	1	2	3	
E	0	0.0	0.0	0.0	0.0
R	1	0.3	0.2	0.1	
T	2	0.6	0.5		
AS	3	<b>0.9</b>			

<b>4.</b>	<b>5.</b>	<b>6.</b>
<b>1.5 val.</b>	<b>0.6 val.</b>	<b>1.0 val.</b>

Em cada questão de escolha múltipla são apresentadas quatro opções, das quais uma, e só uma, obedece às condições pedidas. Indique-a marcando  $\times$  no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a resposta que pretende que seja considerada.

1. Sejam  $X$  e  $Y$  dois conjuntos tais que  $\#X = n$  e  $\#Y = m$ . Se  $a \in X$ , então  $\#((X \times \{a\}) \times Y)$  é igual a

a)  $2n \times m$

c)  $(n + 1) \times m$  se  $a \notin Y$

b)  $n \times m$

d)  $(n + 1) \times (m + 1)$  se  $a \in Y$

2. Dadas duas funções  $f$  e  $g$  tais que a função composta  $g \circ f$  é injectiva, relativamente à função  $f$  podemos afirmar:

a) A função  $f$  é injectiva

b) A função  $f$  só é injectiva se  $g$  também for injectiva

c) A função  $f$  nunca pode ser injectiva

d) O problema, como colocado, não é conclusivo

3. Relativamente à soma de cinco quaisquer números inteiros consecutivos pode afirmar-se:

a) A soma não é divisível por 5

b) A soma é um múltiplo de 5 se a primeira parcela é divisível por 5

c) A soma é divisível por 5 se a última parcela for um múltiplo de 5

d) A soma é um múltiplo de 5

Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

4.

4.1. Diga, justificando, se é verdadeira ou falsa a afirmação seguinte:

$$\#(A \cup B) = \#(\{x \in A : x \notin B\}) + \#(\{x \in B : x \notin A\}) + \#(A \cap B). \quad (1)$$

4.2. Considere o seguinte problema:

*“Os cerca 180 clientes de uma determinada estação de serviço deslocam-se habitualmente a essa estação para abastecimento de combustível ou para lavagem do seu carro. Sabido que 86 clientes abasteceram a sua viatura e que 37 abasteceram e lavaram o seu carro, quantos clientes lavaram o seu veículo automóvel?”*

Será que este problema pode ser resolvido por **aplicação directa** da igualdade (1)? Justifique.

4.3. Resolva o problema apresentado na alínea 4.2.

5. Por recurso ao **método de indução matemática** prove que

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k+3)(5+2k)} = \frac{n}{5(5+2n)}.$$

6.

6.1. Sem utilizar o método de indução matemática, mostre que

$$\sum_{i=0}^n i \binom{n}{i}^2 = n \binom{2n-1}{n}, \quad n \geq 1.$$

6.2. Determine o valor da soma

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i!(i-1)!((n-i)!)^2}.$$

FIM