21165 - Geometria

Ano lectivo 2021/22

Docente: António Araújo

e-fólio B

Para a resolução do e-fólio, aconselha-se que:

- Verifique se o ficheiro que recebeu está correcto. O e-fólio consiste de 1 página com 2 problemas e termina com a palavra FIM.
- Como o e-fólio tem um tempo prolongado de resolução, espera-se que as respostas que enviar estejam legíveis, com boa apresentação e organização. Deve fazer à parte o trabalho auxiliar e enviar apenas uma versão final, "limpa". Deve digitalizar a sua resolução de forma legível, ou executá-la directamente em formato digital (aceita-se word, pdf, ou scans em jpeg, png ou tiff - se usar varios ficheiros envie apenas um arquivo com todos eles, em rar ou zip). Respostas ilegíveis não serão cotadas, por isso verifique bem o seu ficheiro antes de enviar.
- Justifique cuidadosamente todas as suas respostas. Apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio.
- Tenha em atenção o prazo de entrega do e-fólio e as indicações para submeter a resolução disponibilizadas na sala de aulas virtual.
- O e-fólio é um trabalho individual. Pode utilizar recursos externos (pesquisa online, literatura, etc) mas não pode pedir ajuda a terceiros nem discutir os problemas com os seus colegas.

Critérios de avaliação e cotação:

- Este e-fólio tem a cotação total de 4 valores. Problema 1: 2.4 valores; Problema 2: 1.6 valores.

Por favor preencha os seus dados:

- Nome:
- B.I:
- Nº de Estudante'
- Curso:

Problema 1. *Recorde a definição do plano Pombalino ("taxicab geometry"), com distânica d_P. Defina circunferência Pombalina de centro C e raio R como o conjunto dos pontos Q que verificam $d_P(Q, C) = R$.*

1. *Determine:*
   (a) *A circunferência de raio 1 e centro* $(0, 0)$ *(obtenhas as suas equações e represente graficamente).*
   (b) *A medida (Pombalina) do perimetro de uma circunferência de raio R.*
   (c) *Duas circunferências de raio 1 que se intersectam num segmento de recta de medida pombalina igual a 1. Apresente explícitamente os centros e raios respectivos, e represente graficamente.*
2. *No plano euclideano duas circunferências distintas intersectam-se sempre em zero, um, ou dois pontos. Caracterize as intersecções possíveis de circunferências pombalinas distintas, caracterizando detalhadamente os conjuntos em que se dividem essas intersecções. Por exemplo, se incluirem segmentos de recta caracterize-os quanto ao número, quanto às suas propriedades de conectividade, orientações relativas (paralelismo, ortogonalidade), etc. Ilustre os vários casos graficamente.*
3. *Na linha do que se fez com a circunferência, como definiria uma parábola Pombalina, de forma a preservar o mais possível a definição habitual de parábola em termos do foco e directriz? Determine e desenhe a parábola Pombalina de directriz $y = 0$ e foco $F = (0, 2)$.*

Problema 2. *Existe uma função distância d_M e uma medição angular m_M tais que o plano de Moulton (ver página 20 do manual), munido de d_M e m_M verifica os axiomas $A_1 - A_8$. Vamos definir d_M e m_M:*

Sejam d_E a distância do plano cartesiano real, m_E a medida angular Euclideana.

Definimos d_M assim:

$d_M(P, Q) = d_E(P, Q)$ *se P e Q têm abcissas nulas ou do mesmo sinal, ou uma nula e outra não nula.*

$d_M(P,Q) = d_E(P,R) + d_E(R,Q)$ se P e Q têm abcissas de sinal contrário, onde R é o único ponto em que $\overleftrightarrow{PQ}$ corta o eixo das ordenadas.

Quanto à medida angular m_M, definimo-la assim:

Sejam $A = (x_A, y_A), B = (x_B, y_B), C = (x_C, y_C)$ três pontos do plano de Moulton.

Se B não pertence ao eixo dos yy, então $m_M(\angle ABC) = m_E(\angle A'BC')$ onde A', C' são pontos colineares (no plano de Moulton) com A e C respectivamente e tais que A', C', e B estão todos no mesmo lado do eixo dos yy.

Se $B = (0, y_B)$, então $m_M(\angle ABC) = m_E(\angle A'BC')$ onde A', C' são os seguintes pontos:

$$A' = \begin{cases} (x_A, 2y_A - y_B) \text{ se } x_A > 0 \text{ e } y_A > y_B \\ (x_A, y_A) \text{ nos outros casos.} \end{cases}$$

$$C' = \begin{cases} (x_C, 2y_C - y_B) \text{ se } x_C > 0 \text{ e } y_C > y_B \\ (x_C, y_C) \text{ nos outros casos.} \end{cases}$$

Com estes dados, diga, justificando, se no plano de Moulton se verifica:

1. *o axioma LAL.*

2. *que a soma dos ângulos internos de um triângulo é sempre 180 graus.*

FIM