Análise Infinitesimal | 21175

Período de Realização

Decorre de 5 a 14 de novembro de 2021

Data de Limite de Entrega

14 de novembro de 2021, até às 23h55m de Portugal Continental

Tema

Funções, limites e continuidade

Objetivos

Introduzir conceitos fundamentais da análise matemática, tais como as noções de função, de limite e de continuidade de uma função.

Trabalho a desenvolver

Resolver os exercícios propostos, de forma clara e sucinta, com rigor científico e justificação adequada das respostas.

Recursos

Material indicado na plataforma, nomeadamente:

- P. M. Duarte, *Notas de Cálculo para Informática* (disponível na plataforma)
- Definição formal de limite - apresentada na ficha de exercícios sobre Limites (disponível na plataforma)

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações: rigor científico, clareza, justificação e completude das respostas dadas. A cotação total deste e-Fólio é de **4 valores**, sendo distribuídos por questão da seguinte forma:

1. Questão 1= 1.1 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.1 valores
   (b) 0.4 valores
   (c) 0.3 valores
   (d) 0.3 valores
2. Questão 2= 0.8 valores, distribuídos da seguinte forma pelas alíneas:
   (a) 0.4 valores
   (b) 0.4 valores
3. Questão 3= 0.8 valores
4. Questão 4= 0.8 valores
5. Questão 5= 0.5 valores

Total: 4.0 valores

Normas a respeitar

Pode redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma ou num outro formato, desde que preencha todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4.

Não é permitido o uso de computador ou máquina de calcular gráfica para traçar gráficos, nem para o cálculo de limites. Todas as resoluções devem ser realizadas de forma puramente analítica.

O cálculo dos limites que constam desta prova, apenas proderá ser efectuado usando resultados descritos ou usados nos primeiros seis capítulos do manual adoptado (*Notas de Cálculo para Informática*). Em particular, não poderão usar a regra de Cauchy, para o levantamento de indeterminações.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio e do código da disciplina, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA-21175.

Deve carregar o referido ficheiro **em formato pdf** para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Pedro Antunes

1. **[1.1 val.]** Considere a seguinte função

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(e^x - 1)}{x^3 - 1} + 4 & x < 0 \\ \\ ae^{-x} + 3 & x \geq 0, \end{cases}$$

onde $a \in \mathbb{R}$.

   (a) **[0.1 val.]** Indique o domínio de f.

   (b) **[0.4 val.]** Calcule $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

   (c) **[0.3 val.]** Estude a continuidade de f no conjunto $]-\infty, 0[$.

   (d) **[0.3 val.]** Determine a de forma a que f seja contínua no ponto $x = 0$.

2. **[0.8 val.]** Considere a função

$$\begin{aligned} f &: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x &\to e^{x-1} - 3 \end{aligned}$$

   (a) **[0.4 val.]** Esboce o gráfico de f.

   (b) **[0.4 val.]** Caracterize a função inversa de f.

3. **[0.8 val.]** Prove, por definição formal de limite, que

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)x^2 + 6}{3} = 2.$$

4. **[0.8 val.]** Calcule

$$\lim_{x \to 2} \frac{(x^3 - 3x^2 + 4)\, e^x}{x^3 - 4x^2 + 4x}.$$

5. **[0.5 val.]** Sejam f e g duas funções reais de variável real, ambas contínuas no intervalo $[0, 1]$. Diga, justificando, se a função

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

é necessariamente limitada no intervalo $[0, 1]$.

FIM