

”

E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: Computação Numérica

CÓDIGO: 21180

DOCENTE: Paulo Shirley

A preencher pelo estudante

NOME: Andreia Isabel Teófilo Agostinho Romão

N.º DE ESTUDANTE: 1702430

CURSO: Licenciatura em Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 22 de dezembro de 2022

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

1. Utilizando o ambiente de computação científica Octave resolva os seguintes problemas:
- 1.1. [0.5] Escreva a função `normv_inf()` que calcula a norma infinito de um vetor (ver secção 3.6 do manual).

```
% normv = normv_inf(v)
%
% Calcula a norma infinito de um vetor v
```

Temos que a norma infinita de um vetor é dada pelo máximo valor absoluto do vetor. Função `normv_inf.m` em anexo.

Segue exemplo do funcionamento da função:

```
>> v = [1, -1, 3, -5]
v =
     1    -1     3    -5

>> normv_inf(v)
ans = 5
```

- 1.2. [0.5] Escreva a função `penta_diag()` que cria uma matriz A quadrada pentadiagonal de dimensão n de acordo com

$$a_{ij} = \begin{cases} 6 & \text{se } i = j \\ -1 & \text{se } |i - j| = 1 \\ -2 & \text{se } |i - j| = 2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

```
% A = penta_diag(n)
%
% Cria uma matriz A quadrada pentadiagonal de dimensão n
```

Exemplo:

```
octave> A=penta_diag(6)
A =
     6    -1    -2     0     0     0
    -1     6    -1    -2     0     0
    -2    -1     6    -1    -2     0
     0    -2    -1     6    -1    -2
     0     0    -2    -1     6    -1
     0     0     0    -2    -1     6
```

Função `penta_diag.m` em anexo.

Segue exemplo do funcionamento da função:

```
>> penta_diag(6)
ans =
     6    -1    -2     0     0     0
    -1     6    -1    -2     0     0
    -2    -1     6    -1    -2     0
     0    -2    -1     6    -1    -2
     0     0    -2    -1     6    -1
     0     0     0    -2    -1     6
```

- 1.3. [1.5] Escreva a função `elim_gausspenta()` que por adaptação do algoritmo 3.6 do manual, resolve pelo método de Gauss um sistema de n equações lineares com n incógnitas $Ax = b$ em que A é uma matriz pentadiagonal. Admite-se que não é necessário escolha de pivot.

```
% x=elim_gausspenta(h,l,d,u,v,b)
%
% Resolve sistemas de n equações lineares pentadiagonais
% pelo método de eliminação de Gauss
%
% h,l,d,u,v são vetores de dimensão n contendo as linhas
% diagonais da matriz A
% h(1),h(2),l(1),u(n),v(n-1) e v(n) não são usados
% x é um vetor coluna
```

Por adaptação do algoritmo 3.6 do manual:

```
1 function [x]= alg36_sis_tridiag(d,l,u,b)
2 % Efolio-B - Andreia Romao 1702430
3 % Algoritmo 3.6 (do manual) - Metodo de Gauss - Sistemas Tridiagonais
4
5 n=size(d,2);
6 x=zeros(n,1);
7
8 for k=1:n-1
9     m=l(k+1)/d(k);
10    % transformar em triangular superior
11    % eliminar a linha que tem o elemento l(k+1)
12    d(k+1)=d(k+1)-m*u(k); % mexe no elemento d(k+1)
13    b(k+1)=b(k+1)-m*b(k); % mexe no elemento b(k+1)
14 end
15
16 % obter a solução de x(n)
17 x(n)=b(n)/d(n);
18
19 % resolver por substituição inversa Ux=y, B=[U y]
20 for k=n-1:-1:1
21     x(k)=(b(k)-(u(k)*x(k+1)))/d(k);
22 end
23 % EOF
```

Foi criada a função `elim_gausspenta.m`, em anexo, e mostra-se um exemplo do seu funcionamento:

```
>> h
h =
    0    0   -2   -2   -2

>> l
l =
    0   -1   -1   -1   -1

>> d
d =
    6    6    6    6    6

>> v
v =
   -2   -2   -2    0    0

>> u
u =
   -1   -1   -1   -1    0

>> b
b =
    1
    0
    0
    0
    1

>> elim_gausspenta(h,l,d,u,v,b)
ans =
    0.2558
    0.1163
    0.2093
    0.1163
    0.2558
```

- 1.4. [0.75] Escreva um script de teste efb22_1.m que resolve o sistema $Ax = b$ para $n = 5, 10$ e 20 , em que a matriz A é gerada pela função `penta_diag()` e o vetor b é definido por $b_i = 1$ para $i = \{1, n\}$ e zero caso contrário. Com o auxílio da função `alg33_elim_gauss(A,b)` da atividade formativa 1 e da função `norminv()`, compare as soluções obtidas pelos dois métodos.

Tal como solicitado foi criado o script efb22_1, em anexo, onde, com auxílio de um ciclo `for`, cria as matrizes de tamanho $n = \{5, 10, 20\}$ e o vetor b . Aproveito esse ciclo `for` para criar as diagonais necessárias para executar a função `elim_gausspenta.m`.

No fim de cada ciclo é verificado, com o auxílio da função `normv_inf.m` qual a distancia de ambas as soluções. E em todos os casos conseguimos verificar, que a distancia é realmente muito pequena, desprezável. Ou seja, daqui podemos concluir que as soluções das funções `elim_gausspenta.m` e `alg33_elim_gauss.m` (função facultada pelo professor na AF) são equivalentes.

Temos que a função `elim_gausspenta.m` inicialmente vai transforma a Matriz A numa triangular superior e depois resolve a equação.

Mostra-se um exemplo do seu funcionamento:

```
>> efb22_1

N
5
Resultado da função elim_gauss
x1 =

    0.2558
    0.1163
    0.2093
    0.1163
    0.2558

Resultado da função elim_gausspenta
x2 =

    0.2558
    0.1163
    0.2093
    0.1163
    0.2558

Diferença entre as normas
ans = 5.5511e-17
```

```

N
10
Resultado da função elim_gauss
x1 =

    0.2498
    0.1253
    0.1868
    0.1575
    0.1692
    0.1692
    0.1575
    0.1868
    0.1253
    0.2498

Resultado da função elim_gausspenta
x2 =

    0.2498
    0.1253
    0.1868
    0.1575
    0.1692
    0.1692
    0.1575
    0.1868
    0.1253
    0.2498

Diferença entre as normas
ans = 2.7756e-17

```

```

N
20
Resultado da função elim_gauss
x1 =

    0.2500
    0.1250
    0.1875
    0.1563
    0.1719
    0.1641
    0.1680
    0.1660
    0.1670
    0.1666
    0.1666
    0.1670
    0.1660
    0.1680
    0.1641
    0.1719
    0.1563
    0.1875
    0.1250
    0.2500

```

```
Resultado da função elim_gausspenta  
x2 =
```

```
0.2500  
0.1250  
0.1875  
0.1563  
0.1719  
0.1641  
0.1680  
0.1660  
0.1670  
0.1666  
0.1666  
0.1670  
0.1660  
0.1680  
0.1641  
0.1719  
0.1563  
0.1875  
0.1250  
0.2500
```

```
Diferença entre as normas  
ans = 5.5511e-17
```


- 1.5. [0.75] Por modificação da função `elim_gausspenta()` e inspirado no algoritmo 3.5, obtenha a função `elim_gausspsim()` que tira partido do facto de A ser uma matriz simétrica. Modifique o script `efb22_1.m` para obter o script `efb22_2.m` que de modo igual à alínea 4 testa as soluções obtidas pelos dois métodos.

```
% x=elim_gausspsim(d,u,v,b)
%
% Resolve sistemas de n equações lineares pentadiagonais simétricos
% pelo método de eliminação de Gauss
%
% d,u,v são vetores de dimensão n contendo as linhas
% diagonais da matriz A
% u(n),v(n-1) e v(n) não são usados
% x é um vetor coluna
```

Foi modificado a função `elim_gausspenta.m`, atendendo ao algoritmo 3.5 do manual tal como solicitado e criado a função `elim_gausspsim.m`.

```
1 function [x]= alg35_matriz_simetrica.m(A,b)
2 % Efolio-B - Andreia Romao 1702430
3 % Algoritmo 3.5 (do manual)- Metodo de Gauss - Matriz Simetrica
4
5 n=size(A,1);
6 B=[A b'];
7 x=zeros(n,1);
8
9 % transformar em triangular superior
10 for k=1:n-1
11     px=B(k,k); % pivot
12     % elimina abaixo da diagonal
13     for i=k+1:n
14         mu=B(k,i)/px;
15         B(i,i:end)=B(i,i:end)-mu*B(k,i:end);
16         B(i,k)=0;
17     end
18 end
19
20 % resolver por substituição inversa Ux=y, B=[U y]
21 x(n)=B(n,end)/B(n,n);
22 for i=n-1:-1:1
23     x(i)=( B(i,end)-B(i,i+1:n)*x(i+1:n) )/B(i,i);
24 end
25 % EOF
```

Temos que a função `elim_gausspsim.m` inicialmente transforma a Matriz A numa triangular superior, porém como a Matriz é simétrica, os vetores h , l , são respetivamente v e u . Portanto só trabalhamos com os vetores u , v , d e b .

No script da alínea anterior, alterei os testes para testar as funções `elim_gausspenta.m` e `elim_gausspsim.m`, mantendo toda a restante estrutura, criando assim o script `efb22_2`.

Tal como aconteceu na alínea anterior, verificamos com o auxílio da função `normv_inf.m` que em todos os casos, a distância é zero. Ou seja, daqui podemos concluir que as soluções das funções `elim_gausspenta.m` e `elim_gausspsim.m` são iguais. Isto acontece porque o método de resolução de ambas as funções é o mesmo.

Mostra-se um exemplo do seu funcionamento:

```
>> efb22_2

N
5
Resultado da função elim_gausspsim
x1 =

    0.2558
    0.1163
    0.2093
    0.1163
    0.2558

Resultado da função elim_gausspenta
x2 =

    0.2558
    0.1163
    0.2093
    0.1163
    0.2558

Diferença entre as normas
ans = 0
```

```
N
10
Resultado da função elim_gausspsim
x1 =

    0.2498
    0.1253
    0.1868
    0.1575
    0.1692
    0.1692
    0.1575
    0.1868
    0.1253
    0.2498

Resultado da função elim_gausspenta
x2 =

    0.2498
    0.1253
    0.1868
    0.1575
    0.1692
    0.1692
    0.1575
    0.1868
    0.1253
    0.2498

Diferença entre as normas
ans = 0
```

```

N
20
Resultado da função elim_gausspsim
x1 =

    0.2500
    0.1250
    0.1875
    0.1563
    0.1719
    0.1641
    0.1680
    0.1660
    0.1670
    0.1666
    0.1666
    0.1670
    0.1660
    0.1680
    0.1641
    0.1719
    0.1563
    0.1875
    0.1250
    0.2500

```

```

Resultado da função elim_gausspenta
x2 =

    0.2500
    0.1250
    0.1875
    0.1563
    0.1719
    0.1641
    0.1680
    0.1660
    0.1670
    0.1666
    0.1666
    0.1670
    0.1660
    0.1680
    0.1641
    0.1719
    0.1563
    0.1875
    0.1250
    0.2500

Diferença entre as normas
ans = 0

```

Todas os scripts e funções necessários para a resolução do efolio estão em anexo.