E-fólio B | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa

A preencher pelo estudante

NOME: Luciano Eusébio Marques Marafona

N.º DE ESTUDANTE: 2003730

CURSO: Licenciatura de Engenharia Informática

DATA DE ENTREGA: 22-01-2024

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

a) Para fazer a estimativa da evolução das populações de linces e coelhos no Parque Natural do Vale do Guadiana (69 700 hectares [ha]) ao longo de 100 anos, implementando as iterações fornecidas para as equações de Lotka-Volterra com o conjunto de parâmetros dados, segui os seguintes passos para a implementação do código em octave, onde simplesmente, usei o octave online: *https://octave-online.net/*

1. O Modelo de Lotka-Volterra tem a forma:

$$\frac{dx}{dt} = ax - b\mathbf{xy} = x(a-by)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + d\mathbf{xy} = -y(c-dx)$$

$\frac{dx}{dt} = ax$, $a > 0$ quando $\mathbf{y} = 0$, corresponde a que na ausência de predadores, a população de presas aumenta a uma taxa proporcional à população atual.

$\frac{dy}{dt} = -cy$, $c > 0$ quando $\mathbf{x} = 0$, corresponde a que na ausência de presas, a população de predadores irá a extinção, pois, estas são sua única fonte de alimento.

O número de encontros entre predadores e presas é proporcional ao produto das duas populações, ou seja, ao produto **xy**. Esses encontros tendem a ser benéficos à população de predadores e inibem o crescimento da população de presas, por isso, com o termo $d\mathbf{xy}$ a taxa de crescimento da população de predadores é aumentada e com o termo da forma $-b\mathbf{xy}$ a taxa de crescimento da população de presas é diminuída com b e d sendo constantes positivas.

2. **Parâmetros fornecidos** para a simulação no programa são:

- x_0 = 139.4 (número inicial de coelhos em milhares 2 por Ha (69 700*2),
- y_0 = 209 (número inicial de linces),
- a = 0.20 (taxa de natalidade dos coelhos),
- c = 0.08 (taxa de mortalidade dos linces),
- b = 0.001 (efeito da interação predador-presa na mortalidade dos coelhos),
- d = 0.001 (efeito da interação predador-presa na natalidade dos linces),
- h = 1 (passo de tempo em anos),
- *years* = 101 (iteração<101, número total de anos 100).

3. Inicialização e Condições Iniciais: As variáveis e condições iniciais são inicializadas:

- t, x, y, $k1x$, $k1y$, $k2x$, $k2y$ variáveis são inicializados.
- $t(1) = 0$, $x(1) = x0$, $y(1) = y0$ são definidos como condições iniciais.

4. Simulação usando iterações de Heun: Apliquei o método de Heun para resolver numericamente as equações de Lotka-Volterra. Com as iterações de Heun fica:

k1x(i) = f(t(i), x(i), y(i), a, b, c, d)

k1y(i) = g(t(i), x(i), y(i), a, b, c, d)

k2x(i) = f(t(i) + h, x(i) + k1x(i)h, y(i) + k1yh, a, b, c, d)

k2y(i) = g(t(i) + h, x(i) + k1x(i)h, y(i) + k1yh, a, b, c, d)

t(i+1) = t(i) + h

x(i+1) = x(i) + 1/2(k1x(i) + k2x(i))h

y(i+1) = y(i) + 1/2(k1y(i) + k2y(i))h

Onde na primeira iteração fica calculado da seguinte forma:

para i=0:

I) x0+1 = x0 + 1/2(k1x, k2x)*1

II) k1x = f(t0, x0, y0) = **-1.255**

porque:

f(0, 139.4, 209) = dx/dt = 139.4(0.20-0.001(209)) = **-1.255**

III) k1y = g(0, 139.4, 209) = -209(0.08-0.001(139.4)) = **12.415**

IV) k2x = f(t_0 + 1, 139.4 + (-1.255*1), 209 + (12.415*1)) =

f(1, 138.15, 221.41) = **-2.958**

V) k2y = g(t_0 + 1, 139.4 - 1.255, 209 + 12.415) =

g(1, 138.15, 221.415) = **12.874**

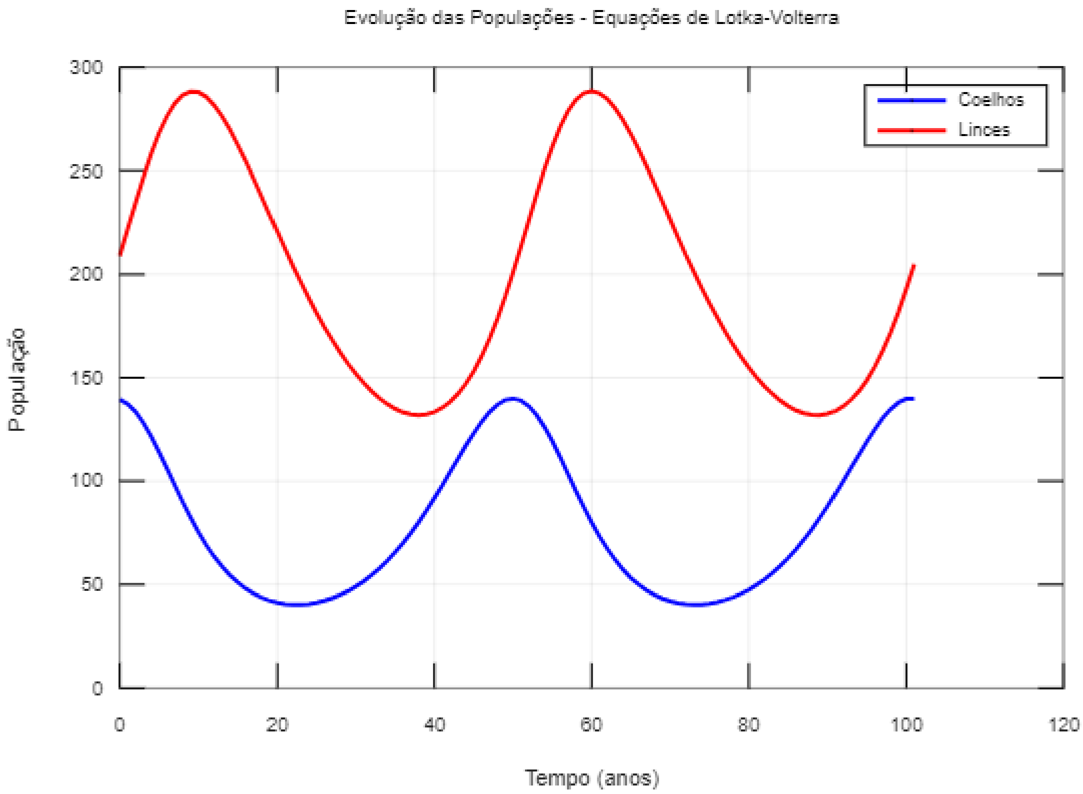
5. Tabela de Resultados:

t (ano)	X(coelhos)	y(linces)	k1x	k1y	k2x	k2y
0	139,4	209	-1,255	12,415	-2,958	12,874
1	137,294	221,644	-2,972	12,699	-4,613	12,730
2	133,501	234,359	-4,587	12,538	-6,046	12,077
3	128,185	246,666	-5,982	11,886	-7,155	10,912
4	121,616	258,065	-7,062	10,740	-7,882	9,288
5	114,144	268,079	-7,771	9,153	-8,216	7,312
99	137,949	181,874	2,501	10,539	1,066	11,631
100	139,732	192,959	0,984	11,526	-0,631	12,415

b)

6. Gráfico da Evolução das Populações:

O gráfico é plotado para visualizar como as populações de coelhos e linces evoluem ao longo do tempo.



7. Interpretação do Gráfico:

O gráfico gerado mostra a evolução das populações de coelhos e linces ao longo de 100 anos, conforme simulado pelas equações de Lotka-Volterra.

Cada ponto no gráfico representa o estado das populações em um determinado ano.

A linha azul representa a população de coelhos.

A linha vermelha representa a população de linces.

As populações estão em equilíbrio, onde através dos valores da tabela dá para visualizar melhor que ao fim de 100 anos o nº de coelhos é praticamente o mesmo e apenas existe uma pequena redução do nº de linces.

Portanto, através do gráfico, pode-se observar um padrão cíclico, indicando oscilações entre presa e predador. As oscilações são periódicas nas populações de coelhos e linces, onde existe um equilíbrio dinâmico entre presa e predador, com os picos dos coelhos antecedendo o dos linces por mais ou menos 10 anos.

É importante notar que o modelo Lotka-Volterra é uma simplificação e pode não representar completamente as complexidades das interações ecológicas na natureza, visto que, essa relação apresenta grande complexidade em virtude de diversos fatores influenciadores, tais como, os fenômenos naturais e a intervenção do próprio homem na natureza.

Código comentado:

```
    % Função para simulação das equações de Lotka-Volterra
function [t, x, y, k1x, k1y, k2x, k2y] = lotka_volterra_simulation()
    % Parâmetros fornecidos

    % Número inicial de coelhos (em milhares por hectare)
    x0 = 139.4
    y0 = 209;           % Número inicial de linces
    a = 0.20;           % Taxa de natalidade dos coelhos
    c = 0.08;           % Taxa de mortalidade dos linces
    % Efeito da interação predador-presa na mortalidade dos coelhos
    b = 0.001
    % Efeito da interação predador-presa na natalidade  % dos linces
    d = 0.001
    h = 1;              % Passo de tempo (em anos)
    years = 101;        % Número total de anos

    % Inicialização das variáveis
    t = zeros(1, years + 1);
    x = zeros(1, years + 1);
    y = zeros(1, years + 1);
    % Vetor para armazenar k1x nas iterações de Heun
    k1x = zeros(1, years);
    % Vetor para armazenar k1y nas iterações de Heun
    k1y = zeros(1, years);
    % Vetor para armazenar k2x nas iterações de Heun
    k2x = zeros(1, years);
    % Vetor para armazenar k2y nas iterações de Heun
    k2y = zeros(1, years);

    % Condições iniciais
    t(1) = 0;
    x(1) = x0;
    y(1) = y0;

    % Simulação usando iterações de Heun
    for i = 1:years
        % Cálculo de k1 para x e y usando as equações de Lotka-Volterra
        k1x(i) = lotka_volterra_fx(t(i), x(i), y(i), a, b, c, d);
        k1y(i) = lotka_volterra_fy(t(i), x(i), y(i), a, b, c, d);

        % Cálculo de k2 para x e y usando as equações de Lotka-Volterra
        k2x(i) = lotka_volterra_fx(t(i) + h, x(i) + k1x(i) * h, y(i) +
k1y(i) * h, a, b, c, d);
        k2y(i) = lotka_volterra_fy(t(i) + h, x(i) + k1x(i) * h, y(i) +
k1y(i) * h, a, b, c, d);
```

```
        % Atualização de t, x e y usando o método de Heun
        t(i+1) = t(i) + h;
        x(i+1) = x(i) + 0.5 * (k1x(i) + k2x(i)) * h;
        y(i+1) = y(i) + 0.5 * (k1y(i) + k2y(i)) * h;
    end

    % Gráfico da evolução das populações
    figure;
    plot(t, x, 'b-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Coelhos');
    hold on;
    plot(t, y, 'r-', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'Linces');
    xlabel('Tempo (anos)');
    ylabel('População');
    title('Evolução das Populações - Equações de Lotka-Volterra');
    legend('show');
    grid on;

    % Exibir resultados em uma tabela
    fprintf('| t (ano) | x (coelhos) | y (linces) | k_(1x) | k_(1y) |
k_(2x) | k_(2y) |\n');
    fprintf('|---------|--------------|------------|-------|-------|-----
--|-------|\n');
    for i = 1:years
        fprintf('| %3d     | %12.3f | %10.3f | %5.3f | %5.3f | %5.3f |
%5.3f |\n', t(i), x(i), y(i), k1x(i), k1y(i), k2x(i), k2y(i));
    end

end

function result = lotka_volterra_fx(t, x, y, a, b, c, d)
    % Função para calcular a derivada de x em relação ao tempo
    result = x * (a - b * y);
end

function result = lotka_volterra_fy(t, x, y, a, b, c, d)
    % Função para calcular a derivada de y em relação ao tempo
    result = -y * (c - d * x);
end

% Chamada da função para simulação
lotka_volterra_simulation();
```