

U.C. 21002
Álgebra Linear I

18 de fevereiro de 2019

- O p-fólio é composto por **5** grupos de questões e respetivas alíneas, contém 2 páginas e termina com a palavra **FIM**.
- Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da prova, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- As questões do grupo **I** (escolha múltipla) deverão ser respondidas no enunciado. As questões dos grupos **II** a **V** deverão ser respondidas no Caderno de Prova. Todos os cabeçalhos e espaços reservados à identificação, deverão ser preenchidos com letra legível. Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Não serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas. Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Não é permitido o uso de máquina de calcular, nem de quaisquer elementos de consulta.
- Tenha em atenção que o p-fólio tem a duração máxima de **1 hora e 30 minutos**.

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO E COTAÇÃO

- Com exceção das questões do grupo **I** (escolha múltipla), é necessário justificar todas as respostas e apresentar os cálculos efectuados. A apresentação de valores numéricos, como resposta, sem qualquer justificação, mesmo que corretos, terão a cotação zero.
- Cada questão do grupo **I** (escolha múltipla) tem a cotação de 1 valor. Por cada resposta errada serão descontados $\frac{1}{3}$ valores. É considerada errada uma questão com mais de uma resposta. A classificação global mínima do grupo **I** é de 0 valores. A cotação das restantes questões é a seguinte:

II	III	IV	V
1.5 val.	3 val.	3 val.	1.5 val.

Nome:

Nº de Estudante: B. I./C.C. nº

Turma Assinatura do Vigilante:

I. Questões de escolha múltipla.

Em cada questão de escolha múltipla apenas uma das afirmações a), b), c), d) é verdadeira. Indique-a marcando \times no quadrado respectivo. Caso pretenda anular alguma resposta, escreva “Anulado” junto a essa resposta e indique, se for caso disso, a que pretende que seja considerada.

Questão 1

Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$.

Então:

- a) A não é invertível.
- b) $\det A = 1$.
- c) $\det(5A) = 5 \det A$.
- d) $\det(-A) = -\det A$.

Questão 2

Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$.

Então:

- a) 1 é valor próprio de A .
- b) $(0 \ 4 \ 0)^\top$ é vetor próprio de A .
- c) A é diagonalizável.
- d) A não é invertível.

Questão 3

Sejam F e G os subespaços lineares de \mathbb{R}^3 definidos por $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x + y\}$ e $G = \langle (1, 0, 1), (1, 1, 1) \rangle$. Então:

- a) $\dim F = 1$.
- b) $\dim G = 1$.
- c) $\dim(F + G) = 1$.
- d) $\dim(F \cap G) = 1$.

Nome:
Nº de Estudante: B. I./C.C. nº
Turma Assinatura do Vigilante:

Questões de desenvolvimento

RESPONDA AOS GRUPOS SEGUINTE NO CADERNO DE PROVA

Nos grupos seguintes justifique todas as afirmações apresentando os raciocínios e os cálculos que efetuou para as obter.

II. Diga se é verdadeira ou falsa a seguinte afirmação, justificando cuidadosamente a sua resposta através de uma demonstração ou de um contra-exemplo, consoante o que for apropriado.

Seja $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$. Se λ é valor próprio de A então a matriz $A - \lambda I_n$ é invertível.

III. Seja $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Determine os valores próprios da matriz A .
- b) Determine os espaços próprios associados aos valores próprios que determinou na alínea anterior.
- c) Justifique que a matriz A é diagonalizável, e determine matrizes invertíveis P e D tais que $P^{-1}AP = D$.

IV. *Nota:* Havia uma gralha no enunciado deste grupo. Onde está um “ d ” deveria estar um “ w ”.

Considere a aplicação $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z, w) = (x - y, y - z, z - w)$.

- a) Determine o núcleo de f .
- b) Determine a dimensão da imagem de f .
- c) Considerando as bases canónicas em \mathbb{R}^4 e em \mathbb{R}^3 determine a matriz que representa f .

V. Sejam $\alpha \in \mathbb{R}$ e $A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ tais que para cada linha i de A se tem $\sum_{j=1}^n a_{ij} = \alpha$. Mostre que α é um valor próprio de A .

Sugestão: Determine um vetor próprio de A .

FIM