



Matemática Finita | 21082

Data e hora de realização

28 de junho de 2021, às 10h00 de Portugal Continental

Hora limite de entrega

13h00 de Portugal Continental

Temas

Todos os temas programáticos de Matemática Finita

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total desta prova é de 20 valores.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.
4. A distribuição da cotação é a seguinte:

1.	2.	3.	4.	5.
5,4 val.	3,7 val.	1,9 val.	1,8 val.	7,2 val.

Normas a respeitar

Deve redigir o exame na Folha de Resolução disponibilizada e preencher todos os dados do cabeçalho.

Escreva sempre com letra legível.

As suas respostas às questões desta prova não devem ultrapassar 12 páginas A4.

Depois de ter realizado o exame produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação de Exame, segundo o exemplo apresentado: 000000exame.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo Exame até à hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. Determine, de modo eficiente, de quantas maneiras podem-se escolher os dígitos a , b e c de modo que $(6a41b2c)_{10}$ seja divisível...

1.1. ... por 5

1.2. ... por 5 e por 9

1.3. ... por 5 ou por 9

2. Considere um valor $r \in \mathbb{N}$, $r \geq 1$, fixo. Mostre que

$$\sum_{i=0}^n \binom{r+i}{i} = \binom{r+n+1}{n}, \quad n \in \mathbb{N}$$

por recurso...

2.1. ... ao método de indução matemática.

2.2. ... a resultados de manipulação de coeficientes binomiais e somas.

3. Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ tais que

$$\text{mdc}(ac, bd) = 1.$$

Prove que a, b são números primos entre si e determine $\text{mdc}(c, d)$.

4. Calcule de modo eficiente $\text{mdc}(-63792, 725)$.

5. Considere a sucessão $\langle a_n \rangle$ definida por

$$a_n = 379a_{n-1} - 378a_{n-2}, \quad n \geq 2$$

para $a_0 = 0$ e $a_1 = -377$.

5.1. Determine a_n , $n \in \mathbb{N}$.

5.2. Verifique que 377 é um divisor de qualquer termo a_n , $n \in \mathbb{N}$.

5.3. Para cada $n \in \mathbb{N}$, calcule $\text{mdc}(a_n, 29)$.

5.4. Identifique os valores $n \in \{1, 2, \dots\}$ para os quais a fração $\frac{a_n}{13}$ é redutível.

FIM