



Matemática Preparatória | 21160

Período de Realização

Decorre de 5 a 12 de dezembro de 2024

Data de Limite de Entrega

12 de dezembro de 2024, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Limites de sucessões e funções, continuidade e diferenciabilidade de funções, cálculo de derivadas, elementos de geometria analítica.

Competências

- a) Conhecer as regras de cálculo de limites de sucessões e funções e limites notáveis;
- b) conhecer a definição de continuidade e diferenciabilidade de funções e saber aplicá-la a casos concretos;
- c) conhecer a definição de derivada e as regras de derivação e saber aplicá-las;
- d) conhecer as noções elementares de geometria analítica.

Trabalho a desenvolver

Deve resolver os exercícios práticos constantes no enunciado. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores, distribuídos de acordo com o enunciado;
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objectiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efectuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada na turma e preencher todos os dados do cabeçalho.

Caso não realize o seu E-fólio por escrito mas num outro formato, preencha igualmente o cabeçalho da Folha de Resolução e declare nela que terminou o seu trabalho até à data e hora determinada pelo professor.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar **nove** páginas A4.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.

Deve converter o referido ficheiro para pdf e carregar na plataforma no dispositivo E-fólio B da sua turma até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 8 MB.

Votos de bom trabalho!

Alda Carvalho, Ana Rodrigues, Elsa Negas e Sérgio Costa

Enunciado

1. Calcule os seguintes limites.

(a) **[0.5 val.]** $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

(b) **[0.5 val.]** $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{n+5}{n+2} \right)^{2n-1}$

2. Considere a função real de variável real

$$f(x) = \begin{cases} a + e^{x+b} & x \leq 2 \\ \ln(x^2 - 3) & x > 2 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

(a) **[0.4 val.]** Determine a e b de modo que f seja diferenciável para $x = 2$.

(b) **[0.4 val.]** Indique o contradomínio da função para os valores de a e b encontrados. Caso não tenha resolvido a alínea anterior, atribua valores que lhe pareçam razoáveis.

3. **[0.5 val.]** Usando as regras de derivação, simplifique ao máximo a derivada da função

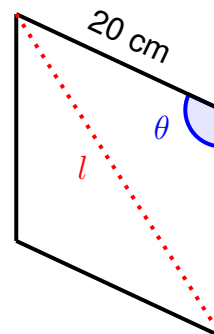
$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(1-2x)^2}.$$

4. Considere a função f , definida em \mathbb{R} , por $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$.

(a) **[0.5 val.]** Usando a definição de derivada num ponto, calcule $f'(2)$.

(b) **[0.4 val.]** Sendo g uma função real de variável real tal que $g(-1) = 2$ e $g'(-1) = 3$, calcule $(f \circ g)'(-1)$.

5. Um conjunto de escadas retrácteis é utilizado para aceder a um sótão. A estrutura utiliza um mecanismo de pantógrafo, que é um conjunto de losangos com ângulos variáveis para controlar a retração. À direita na imagem, é possível ver uma ilustração de um desses losangos.



- (a) **[0.4 val.]** Escreva o comprimento l em função do ângulo θ .
- (b) **[0.4 val.]** Determine a taxa de variação de l no momento em que $\theta = 120^\circ$, indicando a unidade adequada.

FIM