



Elementos de Análise Infinitesimal I | 21030

Período de Realização

Decorre de 24 a 31 de outubro de 2024

Data de Limite de Entrega

31 de outubro de 2024, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Números, sucessões e séries

Trabalho a desenvolver

Resolução dos dois grupos de exercícios constantes do enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores, distribuída como se indica no enunciado.
2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.
3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual. Isto significa que deverá realizar a prova sozinho(a), sem a ajuda de colegas, ou de terceiras pessoas, e sem a ajuda de ferramentas de inteligência artificial. As únicas ajudas que pode utilizar são o livro e os materiais disponibilizados no Espaço Central do curso.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioA.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio A até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. (2,40 valores) Considere a seguinte sucessão (c_n) , cujos termos verificam $c_n \in [1, 2]$ para qualquer $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{cases} c_1 = 1 \\ c_{n+1} = 1 + \frac{1}{c_n}, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1.1. Mostre que a subsucessão dos termos de ordem par é decrescente se, e só se, a subsucessão dos termos de ordem ímpar é crescente.
- 1.2. Por recurso ao método de indução prove que a subsucessão dos termos de ordem par é decrescente.
- 1.3. Justifique que a sucessão (c_n) é convergente e determine o valor do seu limite.
2. (1,60 valor)

- 2.1. Prove que se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é uma série convergente de termos não negativos e se (b_n) é uma sucessão convergente, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n b_n)$ é convergente.
- 2.2. Com base no resultado da pergunta 2.1 verifique que a seguinte série é convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{n}\right)}{(n-1)!}$$

FIM