Elementos de Análise Infinitesimal I | 21030

Período de Realização

Decorre de 10 a 17 de dezembro de 2021

Data de Limite de Entrega

17 de dezembro de 2021, até às 23h59 de Portugal Continental

Tema

Limites, continuidade e cálculo diferencial

Trabalho a desenvolver

Resolução dos três grupos de exercícios constantes no enunciado.

Critérios de avaliação e cotação

Na avaliação do trabalho serão tidos em consideração os seguintes critérios e cotações:

1. A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores.

2. Para a correção das questões constituem critérios de primordial importância, além da óbvia correção científica das respostas, a capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente, de estruturar logicamente as respostas e de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada.

3. Justifique cuidadosa e detalhadamente todos os cálculos, raciocínios e afirmações que efetuar. Não será atribuída classificação a uma resposta não justificada.

Normas a respeitar

O E-fólio é uma prova **inteiramente** individual.

As suas respostas às questões deste E-fólio não devem ultrapassar 8 páginas A4.

Escreva sempre com letra legível.

Depois de ter realizado o E-fólio produza um documento em **formato PDF** e nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.pdf

Deve carregar o referido ficheiro para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 10 MB.

Votos de bom trabalho!

Maria João Oliveira

Enunciado

1. (0,60 valor) Para $k > 0$, calcule o valor do seguinte limite:

$$\lim_{x \to 0} x^k \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right).$$

2. (2,0 valores) Seja $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função relativamente à qual apenas sabe-se que g é contínua em $]-\infty, 1]$ e que

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - \frac{1}{x}, & \text{se } x < 0 \\ \frac{x^2}{\operatorname{sen}(2x)}, & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2.1. Mostre que $g(0) = 0$.

2.2. Prove que g é diferenciável no ponto 0 e calcule $g'(0)$.

2.3. Será que g é diferenciável no ponto $\frac{\pi}{2}$? Justifique.

3. (1,40 valor) Dada uma constante $a > 0$, seja f uma função contínua em $[0, a]$ e diferenciável em $]0, a[$ tal que

- $f(0) = 0$;
- $f'_d(0)$ existe;
- $f' > 0$ em $]0, a[$.

Considere a função

$$h(x) := \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & \text{se } x \in]0, a] \\ f'_d(0), & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Prove que:

3.1. h é contínua em $[0, a]$ e diferenciável em $]0, a[$.

3.2. h é crescente em $[0, a]$.

FIM