

U.C. 21157

Cálculo para Informática

16 de julho de 2015

-- INSTRUÇÕES --

- O tempo de duração da prova de exame é de 2 horas, acrescida de 30 minutos de tolerância. O tempo de duração da prova de p-fólio é de 90 minutos.
- O estudante deverá responder à prova na folha de ponto e preencher o cabeçalho e todos os espaços reservados à sua identificação, com letra legível.
- Sempre que não utilize o enunciado da prova para resposta, poderá ficar na posse do mesmo.
- Verifique no momento da entrega da(s) folha(s) de ponto se todas as páginas estão rubricadas pelo vigilante. Caso necessite de mais do que uma folha de ponto, deverá numerá-las no canto superior direito.
- Em hipótese alguma serão aceites folhas de ponto dobradas ou danificadas.
- Exclui-se, para efeitos de classificação, toda e qualquer resposta apresentada em folhas de rascunho.
- Os telemóveis deverão ser desligados durante toda a prova e os objectos pessoais deixados em local próprio da sala de exame.
- A prova é constituída por 2 páginas e termina com a palavra **FIM**. Verifique o seu exemplar e, caso encontre alguma anomalia, dirija-se ao professor vigilante nos primeiros 15 minutos da mesma, pois qualquer reclamação sobre defeito(s) de formatação e/ou de impressão que dificultem a leitura não será aceite depois deste período.
- Utilize unicamente tinta azul ou preta.
- Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.
- Apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio.

Critérios de avaliação e cotação:

- Este exame tem a cotação total de 20 valores, distribuídos do seguinte modo: Grupo I: 4 valores, Grupo II: 9 valores, Grupo III: 7 valores.
- Não é permitida a utilização de quaisquer tabelas ou formulários.
- Não é permitida a utilização de máquina de calcular.

Grupo I (4 valores)

Considere a sucessão definida por recorrência $x_1 = a > 0$ e $x_{n+1} = \frac{x_n}{2 + x_n}$
prove que ela é convergente e calcule o seu limite.

Grupo II (9 valores)

1. Prove que a função $f(x) = x^9 + 2x - 1$ tem somente uma raiz real.
2. Estude caso existam os máximos e mínimos da função f contínua e que verifica a igualdade $\int_0^x f(t)dt = x(x-1)$ para todo x .
3. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x \operatorname{sen}(x)}$

Grupo III (7 valores)

Calcule

a) $\int x^3 \sqrt{1 + x^4} dx$.

b) $\int \frac{\log(x)}{x^3} dx \quad (x > 0)$

FIM