

”

# ELEMENTOS DE PROBABILIDADES E ESTATÍSTICA | 21037

## Período de Realização

Decorre de 13 a 19 de Maio de 2025

## Data de Limite de Entrega

19 de Maio de 2025, até às 23:59 de Portugal Continental

## Temas

Tema 3: Variáveis Aleatórias; Tema 4: Variáveis Aleatórias Discretas

## Objetivos

Os objetivos do e-fólio B insidem sobre os conteúdos dos Temas 3 e 4:

- Definição de variável aleatória: Função de distribuição.
- Variáveis aleatórias bidimensionais discretas.
- Definição de variável aleatória discreta: Função de probabilidade e função de distribuição.
- Valor esperado; Momentos.
- Algumas distribuições paramétricas discretas.
- Distribuição uniforme discreta.
- Distribuição de Bernoulli, distribuição binomial e multinomial.
- Distribuição geométrica e hipergeométrica.
- Distribuição de Poisson.

## Enunciado dos Exercícios a Resolver

**1.** Dois dados cúbicos equilibrados são lançados ao mesmo tempo. Seja  $X$  o maior número obtido considerando os valores dos dois dados, e  $Y$  a soma dos números obtidos nos dois dados. Por exemplo, se num dos dados sair 3 e no outro sair 4, então  $X = \max(3, 4) = 4$  e  $Y = 3 + 4 = 7$ .

- 1.1 Determine a função de probabilidade de  $X$  e a função de probabilidade de  $Y$ .
- 1.2 Determine o valor esperado de  $X$  e de  $Y$ .
- 1.3 Determine o desvio padrão de  $X$  e de  $Y$ .

**2.** Um saco tem 8 bolas brancas e 4 bolas pretas.

Num lançamento de um dado cúbico equilibrado, se sair um número par, retiram-se duas bolas do saco (uma após a outra), com reposição. Se sair um número ímpar, retiram-se duas bolas (uma após a outra) mas sem reposição.

Seja  $X$  a v.a. que conta o número de bolas brancas extraídas do saco.

**2.1** Qual a distribuição de  $X$  se sair um número par no dado?

- A)   $X \sim Bin(2, 2/3)$
- B)   $X \sim Bin(2, 1/3)$
- C)   $X \sim H(8, 4, 2)$
- D) Nenhuma das outras opções.

**2.2** Qual o valor esperado de  $X$  se sair um número par no dado?

- A)   $4/3$
- B)   $2/3$
- C)  1
- D) Nenhuma das outras opções.

**2.3** Qual a distribuição de  $X$  se sair um número ímpar no dado?

- A)   $X \sim H(12, 8, 2)$
- B)   $X \sim H(8, 4, 2)$
- C)   $X \sim Bin(2, 1/3)$
- D) Nenhuma das outras opções.

Nota: Distribuição Hipergeométrica  $H(N; M; n)$

$$P(X = i) = \frac{\binom{M}{i} \binom{N - M}{n - i}}{\binom{N}{n}}$$

3. Seja  $X$  uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$x$	-2	-1	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

e  $f(x) = 0, \forall x \neq \{-2, -1, 1, 2\}$

Considere a variável aleatória:

$$Y = X^2$$

- 3.1 Determine a função de probabilidade de  $Y$ .
- 3.2 Determine a função de probabilidade conjunta de  $(X, Y)$ .
- 3.3 Calcule  $\sigma_{XY}$  e  $\rho_{XY}$ .
- 3.4 Verifique se  $X$  e  $Y$  são independentes.

4. Os milhares de patos inscritos no concurso mundial "Patos com Estilo" estão distribuídos do seguinte modo:

- 40% dos patos têm apenas chapéu;
- 35% dos patos têm apenas flores;
- 25% dos patos não têm qualquer adereço.



Foram escolhidos aleatoriamente 10 patos inscritos no concurso.  
(Este exercício implica a utilização de variáveis aleatórias discretas e suas distribuições.)

4.1 Determine a probabilidade de 2 dos patos terem chapéu, 2 dos patos terem flores e os restantes não terem adereços.

4.2 Qual a probabilidade de 5 dos patos terem chapéu e os restantes todos terem flores?

- A)   $1,35531648 \times 10^{-2}$
- B)  0,0126
- C)   $1,29253051757812 \times 10^{-3}$
- D)  4

4.3 Qual o número de patos sem adereços esperados nesta amostra?

- A)  3,5
- B)  2,5
- C)  7,5
- D)  4

## Recursos

Pode utilizar todos os recursos da unidade curricular.

O e-fólio é um trabalho individual, não pode pedir ajuda a terceiros nem discutir a resolução do e-fólio com os colegas.

Nesta UC não é permitida a utilização de ferramentas de Inteligência Artificial na resolução das atividades de avaliação, como os e-fólios A e B e as provas finais.

## Critérios de avaliação e cotação

A cotação total deste e-Fólio é de 4 valores distribuídos do seguinte modo:

Exercício	Cotação (valores)
1.1	0.5
1.2	0.3
1.3	0.4
2.1	0.2
2.2	0.2
2.3	0.2
3.1	0.2
3.2	0.3
3.3	0.4
3.4	0.4
4.1	0.5
4.2	0.2
4.3	0.2

Nas perguntas de resposta aberta (1, 3 e 4.1), serão tidos em consideração os seguintes critérios de avaliação:

1. correção científica das respostas;
2. capacidade de escrever clara, objetiva e corretamente;
3. capacidade de estruturar logicamente as respostas;
4. capacidade de desenvolver e de apresentar os cálculos e o raciocínio matemático corretos, utilizando notação apropriada
5. utilização de valores exatos sempre que possível.

Nas perguntas de resposta múltipla (2.1, 2.2, 2.3, 4.2 e 4.3), apenas será considerado a escolha / valor correto. Se forem dadas duas respostas esta será considerada incorreta.

Suspeitas de irregularidades face às disposições do PUC ou deste enunciado, poderão levar a cotações de zero.

#### **Normas a respeitar na submissão do e-fólio**

Deve redigir o seu E-fólio na Folha de Resolução disponibilizada em anexo a este enunciado e preencher todos os dados do cabeçalho.

Todas as páginas do documento devem ser numeradas.

O seu E-fólio não deve ultrapassar 10 páginas A4, tamanho de letra 11 aproximadamente.  
O espaçamento entre linhas deve corresponder a 1,5 linhas aproximadamente.  
Pode fazer uma resolução manuscrita e depois digitalizar, por favor tenha em atenção a qualidade das imagens e não deve ultrapassar as 10 páginas.

Nomeie o ficheiro com o seu número de estudante, seguido da identificação do E-fólio, segundo o exemplo apresentado: 000000efolioB.PDF  
O ficheiro tem de estar em **formato PDF**, o dispositivo de submissão não aceita nenhum outro formato de ficheiro.

Deve carregar o referido ficheiro PDF para a plataforma no dispositivo E-fólio B até à data e hora limite de entrega. Evite a entrega próximo da hora limite para se precaver contra eventuais problemas.

O ficheiro a enviar não deve exceder 20 MB.

Votos de bom trabalho!

Catarina Nunes

FIM