21165 - Geometria

Ano lectivo 2017/18

Docente: António Araújo

e-fólio B (16 a 24 de Maio)

Para a resolução do e-fólio, aconselha-se que:

- Verifique se o ficheiro que recebeu está correcto. O e-fólio consiste de 1 página com 3 problemas e termina com a palavra FIM.
- Como o e-fólio tem um tempo prolongado de resolução, espera-se que as respostas que enviar estejam legíveis, com boa apresentação e organização. Deve fazer à parte o trabalho auxiliar e enviar apenas uma versão final, "limpa". Deve digitalizar a sua resolução de forma legível, ou executá-la directamente em formato digital (aceita-se word, pdf, ou scans em jpeg, png ou tiff - se usar varios ficheiros envie apenas um arquivo com todos eles, em rar ou zip). Respostas ilegíveis não serão cotadas, por isso verifique bem o seu ficheiro antes de enviar.
- Justifique cuidadosamente todas as suas respostas. Apresente todos os cálculos que julgue necessários para a compreensão do seu raciocínio.
- Tenha em atenção o prazo de entrega do e-fólio e as indicações para submeter a resolução disponibilizadas na sala de aulas virtual.
- O e-fólio é um trabalho individual. Pode utilizar recursos externos (pesquisa online, literatura, etc) mas não pode pedir ajuda a terceiros nem discutir os problemas com os seus colegas.

Critérios de avaliação e cotação:

- Este e-fólio tem a cotação total de 4 valores. O problema 1 vale 1 valor e os demais valem 1,5 valores cada.

Por favor preencha os seus dados:

- Nome:
- B.I:
- Nº de Estudante'
- Curso:

Problema 1. *Demonstre que quaisquer dois planos perpendiculares a uma mesma recta são paralelos.*

Problema 2. *Existe uma função distância d_M e uma medição angular m_M tais que o plano de Moulton (ver página 20 do manual), munido de d_M e m_M verifica os axiomas $A_1 - A_8$. Recordamos aqui a definição de d_M:*

Sendo d_E a distância no plano cartesiano real,

$d_M(P,Q) = d_E(P,Q)$ se P e Q têm abcissas nulas ou do mesmo sinal, ou uma nula e outra não nula.

$d_M(P,Q) = d_E(P,R) + d_E(R,Q)$ se P e Q têm abcissas de sinal contrário, onde R é o único ponto em que $\overleftrightarrow{PQ}$ corta o eixo das ordenadas.

Não explicitamos aqui a forma de m_M, mas dizemos apenas que m_M coincide com a medição angular m_E do plano cartesiano real sempre que o ângulo em causa não tenha o vértice sobre o eixo das ordenadas.

Com estes dados:

a) Mostre que no plano de Moulton não se verifica a desigualdade triangular.

b) Explique porque é que a alínea anterior implica que o axioma LAL é independente de $A_1 - A_8$.

c) Mostre directamente, através de um exemplo com dois triângulos adequados, que o axioma LAL falha no plano de Moulton (o que seria outra prova da independência do axioma LAL).

Problema 3. *Recorde a definição do plano Pombalino (ver Af2). Generalize a definição para o caso espacial. Diga qual a definição natural de distância Pombalina d_P em $\mathbb{R}^3$, e obtenha um sistema de coordenadas para uma recta genérica de $\mathbb{R}^3$. Determine a forma da superfície esférica Pombalina de raio r e centro em $O = (0,0,0)$, como o lugar geométrico dos pontos Q tais que $d_P(Q,r) = r$. Ilustre essa forma com um desenho adequado, explique de quantas faces planas é composta, diga quantas intersecções tem com a esfera euclideana do mesmo raio, e descreva as suas intersecções com os planos $x = 0, y = 0, z = 0$.*

FIM