

**Leia estas informações e instruções na totalidade
antes de iniciar a resolução da prova**

Critérios de avaliação e cotação

- As cotações são indicadas nas próprias questões.
- As respostas às questões devem fazer sentido, ser coerentes e constituídas por palavras próprias do aluno. Não serão aceites transcrições ou traduções de livros e textos, incluindo textos de orientações de respostas de provas anteriores. As respostas que não respeitem estas condições serão classificadas com zero valores ou fortemente desvalorizadas.
- Exceto indicação contrária, todas as respostas devem ser relativamente desenvolvidas e elaboradas de modo a demonstrar o raciocínio e conhecimento que leva à resposta final. A clareza do texto e da explicação também são levadas em conta na classificação das respostas. À simples indicação do resultado é atribuída a cotação zero.
- Nas questões de escrita de programas, a sua correção tem em conta critérios de proficiência e compreensibilidade do código tais como: legibilidade, indentação, estrutura, comentários e explicação geral do seu funcionamento.

Normas a respeitar

- Está a redigir a sua prova na plataforma WISEflow. A prova não será de consulta, exceto se existirem materiais ou recursos indicados pelo professor neste enunciado.
- O texto de todas as respostas deve ser introduzido pelo Editor de texto, não sendo aceites respostas escritas à mão, digitalizadas e incluídas como imagens, caso em que não serão consideradas.
- Em complemento ao texto, pode recorrer aos Editores de fórmulas, de Código e de Desenho da plataforma WISEflow. Dispõe ainda da ferramenta calculadora quando apropriado.
- Se efetuar a prova remotamente, deve ter um comportamento em tudo semelhante à realização da prova em contexto presencial num centro de exame.
- O(a) estudante em avaliação remota deve, durante a prova online realizada através da WISEflow, seguir as seguintes instruções:
 - Não se pode levantar durante a prova, incluindo ir à casa de banho;
 - Deve procurar um lugar calmo, onde possa estar sozinho, com as costas viradas para uma parede;
 - Deve desligar o telemóvel, ou qualquer outro dispositivo informático, com o qual possa aceder à Internet;
 - No caso de se tratar de uma prova sem consulta, deve retirar todas as folhas, livros ou fotocópias de cima da mesa onde realizará a prova, exceto se autorizado pelo Professor;
 - Durante a prova, não pode conversar com pessoas independentemente, do teor da conversa.
 - Deve reservar tempo suficiente para no final da prova efetuar a revisão das suas respostas e submeter a prova.

Votos de bom trabalho!

Grupo I

1.1 [1] Utilizando a definição, prove que $f(n) = (n + 3)^2$ é $O(n^2)$.

1.2.1 [0.5] Para o seguinte par de funções $f(n)$ e $g(n)$, indique (apenas uma opção) se $f(n) = O(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$ ou nenhum dos casos. Justifique a sua resposta com base apenas na ordem de grandeza relativa dos termos das funções.

$$f(n) = n^2 + 1, g(n) = \sqrt[4]{n^5} + 100$$

1.2.2 [0.5] Para o seguinte par de funções $f(n)$ e $g(n)$, indique (apenas uma opção) se $f(n) = O(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$ ou nenhum dos casos. Justifique a sua resposta com base apenas na ordem de grandeza relativa dos termos das funções.

$$f(n) = n^{4 \log n} + 1000, g(n) = n^{\log n^2}$$

1.3 [1] Considere a complexidade do seguinte segmento de código em termos do nº $f(n)$ de operações aritméticas realizadas na variável a . Determine a expressão de $f(n)$ e indique a sua complexidade na notação $O(\cdot)$.

```
for(a=0, i=1; i<=n; ++i)
    for(j=1; j<=i; ++j)
        a++;
```

Grupo II

2.1 Considere uma árvore de pesquisa binária (BST) inicialmente vazia.

2.1.1 [1] Insira na árvore as chaves 6, 11, 9, 2, 10, 13, 7, 1, 4, 8 pela ordem indicada. Desenhe a árvore obtida após efetuadas todas as inserções (total de 10 desenhos). Justifique os passos intermédios / raciocínio apenas para as duas últimas inserções. Nas alíneas seguintes considere a árvore obtida como a árvore "original".

2.1.2 [1] Remova da árvore original a chave 6 utilizando o algoritmo de remoção por cópia (Deletion by Copying). Das várias opções possíveis escolha a que lhe parece melhor. Desenhe a árvore obtida justificando a sua escolha e os passos intermédios / raciocínio.

2.1.3 [1] Explique em que consiste a operação de rotação de um nó em torno do seu parente. Efetue na árvore original uma rotação de 11 em torno do seu parente. Desenhe a árvore obtida justificando os passos intermédios / raciocínio.

2.2 [2] Considere uma árvore B (B-Tree) de ordem 3 inicialmente contendo apenas o nó raiz com as chaves 2 e 10. Desenhe a árvore após cada uma das seguintes operações de inserção (I) e remoção (R) pela ordem indicada: I 8, 14, 12, 4, 6; R 10; (total de 6 desenhos). Justifique os passos intermédios / raciocínio para cada operação.

Grupo III

3. Considere o vetor [8 6 9 2 1 3 5 4 7]. Ordene o vetor utilizando o algoritmo de ordenação indicado. Explique de um modo geral o funcionamento do algoritmo. Indique justificando a sequência de vetores obtida correspondente às iterações principais do algoritmo.

3.1 [2] Algoritmo de ordenação por inserção (Insertion Sort).

3.2 [2] Algoritmo de ordenação rápida (Quick Sort).