E-fólio A | Folha de resolução para E-fólio

UNIDADE CURRICULAR: FÍSICA GERAL

CÓDIGO: 21048

DOCENTE: Nuno Sousa/Ana Valadares

ANO LETIVO: 2024-25

TRABALHO / RESOLUÇÃO:

Q1

(a) No capítulo 2 do manual podemos ver que quando temos um gráfico da velocidade 1D de um objeto como função do tempo, a área debaixo desse gráfico varrida até ao um instante t corresponde ao deslocamento desse objeto no mesmo instante. Ou seja, para saber o local onde A para basta calcular a área do trapézio descrito pela figura e somá-la à posição inicial, que neste caso é 10 m. A área varrida é, dividindo o trapézio em figuras geométricas mais simples consoante cada fase do movimento,

I: a área é nula:

$$A_I = 0 \text{ m}$$

II: área = área do triângulo = base × altura / 2

$$A_{II} = \frac{(4{,}0 - 2{,}0) \times 5{,}0}{2} = 5{,}0 \text{ m}$$

III: área = área do retângulo = lado × altura

$$A_{III} = (6{,}0 - 4{,}0) \times 5{,}0 = 10 \text{ m}$$

IV: área = área do triângulo = base × altura / 2

$$A_{IV} = \frac{(7{,}0 - 6{,}0) \times 5{,}0}{2} = 2{,}5 \text{ m}$$

Somando tudo temos que a posição em t = 7,0 s será de

$$x = x_0 + \Delta x \rightarrow x = 10 + 5{,}0 + 10 + 2{,}5 = 27{,}5 \text{ m}$$

(b) Nas fases I e III a aceleração é nula, dado que a velocidade de A não se altera. Nas fases II e IV a aceleração é constante e, pela definição $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ temos

$$a_{II} = \frac{5{,}0 - 0}{4{,}0 - 2{,}0} = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, \qquad a_{IV} = \frac{0 - 5{,}0}{7{,}0 - 6{,}0} = -5{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Assim, a função por ramos pedida é (SI)

$$a = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2{,}0 \\ 2{,}5 & 2{,}0 \leq t < 4{,}0 \\ 0 & 4{,}0 \leq t < 6{,}0 \\ -5{,}0 & 6{,}0 \leq t \leq 7{,}0 \end{cases}$$

(c) Para estudar a colisão de A com B será necessário calcular a velocidade de A para t = 6,5 s. Dado que 6,5 s é exatamente a meio do intervalo entre os 6 e 7 s e que a aceleração é linear, a velocidade a metade do tempo será metade da inicial, i.e., 2,5 m/s. Podemos também confirmar isto da expressão para o MRUV do objeto A. Colocando a origem dos tempos em 6,0 s temos

$$v = v_0 + at \rightarrow v_{IV} = v_{0,IV} + a_{IV}t \Leftrightarrow v_{IV} = 5{,}0 - 5{,}0t \Leftrightarrow v_{IV}(t = 0{,}5\ \mathrm{s})$$
$$= 5{,}0 - 5{,}0 \cdot 0{,}5 = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Na colisão de A com B temos conservação de momento linear e transformação de metade da energia mecânica em energia interna (aquecimento de A e B). Ou seja,

$$\begin{array}{ll} p_i = p_f & m_A v_{Ai} = m_A v_{Af} + m_B v_{Bf} \\ E_{mf} = \frac{1}{2} E_{mi} \Leftrightarrow & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} m_A v_{Ai}^2\right) = \frac{1}{2} m_A v_{Af}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{Bf}^2 \end{array}$$

Substituindo valores e resolvendo o sistema de equações resultante temos

$$
\begin{aligned}
2{,}0 \cdot 2{,}5 &= 2{,}0 v_{Af} + 3{,}0 v_{Bf} & & & v_{Af} &= 2{,}5 - 1{,}5 v_{Bf} \\
\frac{1}{4} 2{,}0 \cdot 2{,}5^2 &= \frac{1}{2} 2{,}0 v_{Af}^2 + \frac{1}{2} 3{,}0 v_{Bf}^2 & \Leftrightarrow & & 3{,}125 &= \left(2{,}5 - 1{,}5 v_{Bf}\right)^2 + 1{,}5 v_{Bf}^2
\end{aligned}
$$

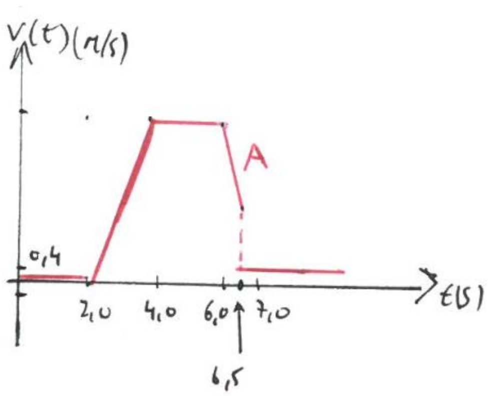
$$\dots$$

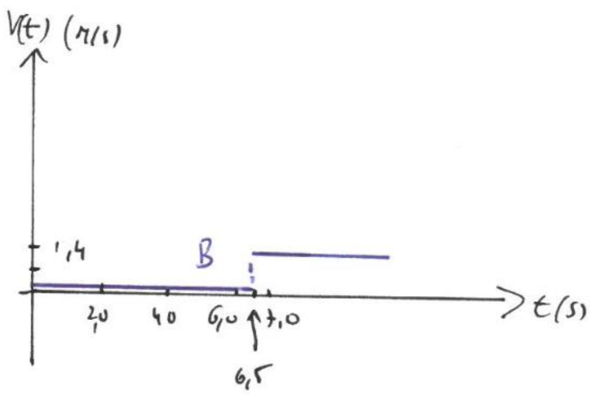
$$\Leftrightarrow 3{,}75 v_{Bf}^2 - 7{,}5 v_{Bf} + 3{,}125 = 0$$

Resolvendo a equação quadrática e substituindo em v_{Af} temos

$$v_{Af}, v_{Bf} = 0{,}3876 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; 1{,}4082 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \qquad v_{Af}, v_{Bf} = 1{,}6124 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}; 0{,}5918 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

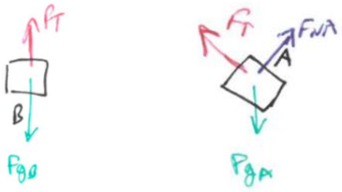
A segunda solução tem $v_{Af} > v_{Bf}$ e corresponde a A resvalar por cima de B. Assim, a solução física será a primeira e os gráficos v(t) serão algo como:





Q2

Marcando forças e no referencial da figura temos



(a) Se não houvesse força elástica a atuar, segundo a direção do movimento ter-se-ia, da 2ª lei de Newton,

$$\begin{array}{r} A\colon\ F_T - F_{gAx} = m_A a \\ B\colon\ -F_T + F_{gB} = m_B a \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} F_T - m_A g \operatorname{sen} 30 = m_A a \\ -F_T + m_B g = m_B a \end{array}$$

Somando as duas equações temos

$$\left(m_B - \frac{m_A}{2}\right) g = (m_A + m_B) a \Leftrightarrow a = \frac{1}{7{,}0}\left(3{,}0 - \frac{4{,}0}{2{,}0}\right) g = \frac{1}{7{,}0} g$$

O que significa que o sistema iria deslizar no sentido positivo dos xx. Para contrariar esta tendência e tornar o sistema estável, a força elástica terá de apontar no sentido negativo dos xx. Ou seja, a mola está distendida de 7,0 cm (e não comprimida).

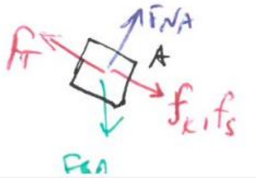
(b) Sendo a situação estática, aplica-se a 1ª lei de Newton e temos, adicionando a forca elástica, $F = kx$,

$$\begin{array}{r} A\colon\ F_T - F_{gAx} - F_{\text{elast}} = 0 \\ B\colon\ -F_T + F_{gB} = 0 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} F_T - 4{,}0 g \operatorname{sen} 30 - kx = 0 \\ F_T = 3{,}0 g \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{c} 3{,}0 g - 2{,}0 g = kx \\ \ldots \end{array},$$

de onde tiramos

$$kx = g \Leftrightarrow k = \frac{g}{x} \Leftrightarrow k = \frac{9{,}8}{0{,}070} = 140 \, \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

(c) Para substituir a força elástica por uma força de atrito basta apenas fazer $F_{\text{elast}} \to f_s$. Vejamos um desenho da situação para A:



No limite de movimento temos $f_s = f_s^{\text{max}} = \mu_s F_N$, sendo que neste caso a soma de forças segundo y ($\Sigma F_y = 0$) leva a $F_N = F_g \cos 30$. Isto leva a

$$\begin{matrix} F_T - 4{,}0g \operatorname{sen} 30 - f_s = 0 \\ F_T = 3{,}0g \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 3{,}0g - 2{,}0g = \mu_s F_{gA} \cos 30 \\ \ldots \end{matrix}$$

Resolvendo vem, a 2 AS,

$$g = \mu_s 4{,}0g \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \mu_s = \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx 0{,}29$$

Ou seja, para coeficientes de atrito estático iguais ou superiores a 0,29 os blocos permanecerão estáticos. Para valores inferiores, haverá movimento.

(d) Neste caso o coeficiente estático é inferior a 0,29 pelo que há movimento e devemos aplicar a 2ª lei de Newton. Repescando as expressões da alínea (a) adicionando a força de atrito vem

$$\begin{matrix} A\colon\ F_T - F_{gAx} - f_k = m_A a \\ B\colon\ -F_T + F_{gB} = m_B a \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} F_T - m_A g \operatorname{sen} 30 - \mu_k F_{NA} = m_A a \\ -F_T + m_B g = m_B a \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{matrix} F_T - m_A g \operatorname{sen} 30 - \mu_k m_A g \cos 30 = m_A a \\ -F_T + m_B g = m_B a \end{matrix}$$

Mais uma vez somando as duas equações a tensão cancela e temos, a 2 AS,

$$-m_A g \operatorname{sen} 30 - \mu_k m_A g \cos 30 + m_B g = m_A a + m_B a$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2} m_A - 0{,}20 \frac{\sqrt{3}}{2} m_A + m_B\right) g = (m_A + m_B) a \Leftrightarrow a$$

$$= \frac{m_B - 0{,}5 m_A - 0{,}10\sqrt{3} m_A}{m_A + m_B} \Leftrightarrow a = \frac{3{,}0 - 2{,}0 - 0{,}6928}{7{,}0} = \frac{0{,}3072}{7{,}0}$$

$$= 0{,}04388 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(0{,}044 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$